APLICAÇÃO DE IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS NO TEMPO DE VIDA DE BATERIAS DE DISPOSITIVOS MÓVEIS

LEUGIM C. ROMIO, AIRAM SAUSEN, PAULO SAUSEN, MANUEL MARTIN PEREZ REIMBOLD[1]

RESUMO

A utilização de dispositivos móveis tem aumentado significativamente devido à proliferação do acesso à tecnologia sem fio. No projeto de dispositivos portáteis, o tempo de vida das baterias que os alimentam é considerado uma das características mais importantes, pois informa a quantidade de tempo que o dispositivo estará operacional sem a necessidade de ligá-lo a uma fonte externa. Neste contexto, é de vital importância possuir algum método capaz de predizer o tempo de vida das baterias. Este artigo objetiva aplicar estruturas de modelos matemáticos paramétricos lineares, tais como as estruturas ARX, ARMAX, entre outras, presentes na teoria de Identificação de Sistemas a fim de identificar a que representa de forma mais acurada o tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis, a partir de dados coletados de um experimento real (i.e., plataforma de testes). Os modelos foram implementados na caixa de ferramentas para identificação de sistemas presente na ferramenta computacional Matlab denominada *ident*. A partir da análise dos resultados observou-se que o modelo paramétrico linear ARX apresentou o melhor resultado quando comparado com, os demais modelos e os dados experimentais.

PALAVRAS-CHAVE: Tempo de Vida de Baterias. Modelagem Matemática. Identificação de Sistemas.

APPLICATION OF SYSTEM IDENTIFICATION IN BATTERY LIFETIME OF MOBILE DEVICES

ABSTRACT

The use of mobile devices has increased significantly due to the proliferation of wireless access technology. In the design of portable devices, the lifetime of the batteries that feed is considered one of the most important features, as reports the amount of time the device will be operational without the need to connect it to an external source. In this context, it is vital to have some method to predict the lifetime of the batteries. This paper aims to apply linear parametric mathematical model structures like ARX, ARMAX, among others, present in the theory of system identification to identify that more accurately represents the service life of batteries used in mobile devices from data collected from a real experiment (ie, test platform). The models were implemented in the toolbox for system identification in this computational tool called Matlab (*ident*). From the analysis of the results showed that the linear parametric ARX model obtained the best results when compared with other models and experimental data.

KEYWORDS: Lifetime Batteries. Mathematical Modelling. System Identification.

[1] Programa de Pós-Graduação *Strictu Sensu* em Modelagem Matemática. Departamento de Ciências Exatas e Engenharias Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul – UNIJUÍ – 98700-000 - Ijuí - RS, Brasil Email: leugim.romio@unijui.edu.br, airam@unijui.edu.br, sausen@unijui.edu.br e manolo@unijui.edu.br

1. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, a tecnologia da informação e comunicação tem colaborado positivamente para o desenvolvimento da sociedade, em especial, devido ao crescimento de aparelhos portáteis, tais como, celulares, *smartphones*, *tablets*, entre outros. Uma das principais vantagens destes dispositivos é a sua mobilidade, que é obtida com o auxílio de uma fonte de energia, denominada bateria, a qual permite manter o aparelho operacional. Por outro lado, observa-se que as baterias sofrem restrições em seu tamanho e peso, consequentemente limitando a quantidade de energia disponível ao sistema.

No projeto de dispositivos móveis o tempo de vida da bateria é considerado uma das características mais importantes, pois informa o tempo que o dispositivo poderá ser utilizado sem a necessidade de ligá-lo a uma fonte externa. Destaca-se então a necessidade, por parte do fabricante, em desenvolver baterias que satisfaçam a limitação de peso e tamanho, bem como que possuam um tempo de vida que permita ao usuário do dispositivo portátil realizar suas atividades [2]. Neste contexto, é de vital importância possuir algum método capaz de predizer o tempo de vida da bateria e, por conseguinte, o comportamento do sistema como um todo.

Existem diferentes maneiras de realizar a predição do tempo de vida de baterias, uma delas é a experimentação física. No entanto, dependendo das características da aplicação, esta opção pode se tornar inviável do ponto de vista econômico. Outra forma é utilizando modelos matemáticos que representem a descarga de energia do sistema. Diferentes modelos matemáticos de baterias foram desenvolvidos nos últimos anos, dentre eles podem ser citados: os analíticos [8,9,15], os estocásticos [4,8], os elétricos [2,8], e os eletroquímicos [5,8], cada um com suas características e níveis de complexidade.

Considerando a literatura técnica, onde foi encontrado que os modelos analíticos possuem um conjunto reduzido de equações e são mais fáceis de implementar [8], em Oliveira [14] foi realizada uma análise comparativa entre três modelos analíticos da literatura, o modelo Linear [8, 9], a Lei de Peukert [8] e o modelo de difusão de Rakhmatov-Vrudhula [8,15], considerando perfis de descarga contínuos e variáveis no tempo, obtidos a partir de uma plataforma de testes [13] desenvolvida especialmente para a validação dos modelos. Nesta análise comparativa todos os modelos foram implementados na ferramenta computacional Matlab considerando os parâmetros de uma bateria de lithium-íon, modelo *BL-5F*, fabricada pela *Nokia*, utilizada no telefone celular *Nokia N95*. Verificou-se que o modelo de Rakhmatov-Vrudhula apresentou os resultados mais adequados, com erro médio de 5,71% para cargas constantes, e 6,53% para cargas variáveis.

Neste contexto, o objetivo principal deste trabalho é a obtenção de um modelo matemático mais acurado e de simples implementação que os modelos analíticos, para a

predição do tempo de vida de baterias usadas em dispositivos móveis. Para tanto, será apresentado o estudo e aplicação de estruturas de modelos matemáticos presentes na teoria de Identificação de Sistemas, uma vez que, além de ser uma forma prática de obtenção de modelos a partir de dados experimentais, não foi encontrado na literatura técnica a formulação de modelos de baterias para predição do seu tempo de vida utilizando tais métodos [1].

O restante deste artigo está organizado com as seções *Estado da Arte* (Seção 2), onde são apresentadas as principais características e propriedades de uma bateria, bem como alguns modelos matemáticos presentes na literatura técnica utilizados para predição do seu tempo de vida. *Identificação de Sistemas* (Seção 3), onde são apresentados os conceitos da teoria de Identificação de Sistemas para a elaboração deste trabalho. *Modelagem Matemática* (Seção 4), onde são apresentados os modelos matemáticos encontrados utilizando a teoria de Identificação de Sistemas. *Análise dos Resultados* (Seção 5), onde são apresentados os resultados das simulações e a identificação da estrutura de modelo mais adequada. E, por fim as *Conclusões* (Seção 6) onde são apresentadas as considerações finais desta pesquisa.

2. ESTADO DA ARTE

Nos últimos anos, diferentes tipos de baterias têm sido desenvolvidos, por exemplo, Níquel-Cádmio (NiCd), Níquel Metal-Hidreto (Ni-MH), Lithium-Ion (Li-Ion) e Li-Ion Polímero [2]. Sendo, as de NiMH, Li-Ion e Li-Ion Polímero mais utilizadas atualmente. Com o objetivo de aumentar o tempo de vida das baterias, os fabricantes de aparelhos portáteis buscam maneiras de minimizar a perda de energia dos sistemas, bem como, possuir algum método capaz de predizer o tempo de vida das baterias. Uma das maneiras de realizar esta predição é utilizando modelos matemáticos que simulem a descarga de energia dos sistemas.

Para melhor entender uma bateria e seu processo de descarga, na continuação desta seção primeiramente serão apresentados alguns conceitos básicos relacionados a bateria, suas propriedades, principais características e os efeitos presentes durante um período de descarga. Em um segundo momento, serão apresentados os principais modelos matemáticos presentes na literatura técnica, que descrevem a descarga de energia de sistemas de baterias.

2.1 Conceitos Básicos

Bateria

Uma bateria consta de uma ou mais células eletroquímicas conectadas em série, em paralelo ou em uma combinação de ambas [8]. Nestas células a energia química armazenada é convertida em energia elétrica por uma reação eletroquímica. Na FIGURA 1 é apresentado um desenho esquemático de uma célula eletroquímica, a qual é formada por dois eletrodos[2] (chamados de ânodo e cátodo) e um eletrólito[3].

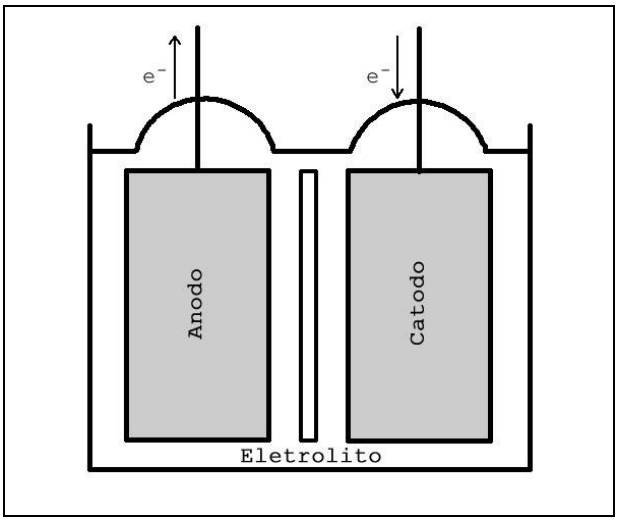

Figura 1 - Esquema de uma Célula Eletroquímica [8]

Durante um processo de descarga, uma reação de oxidação ocorre no ânodo, onde, um redutor doa *M* elétrons os quais são liberados no circuito. Por outro lado, no cátodo, ocorre uma reação de redução, sendo aceitos *M* elétrons por um oxidante.

$$\begin{cases} R_1 \rightarrow O_1 + me^-, & no\ ânodo \\ O_2 + ne^- \rightarrow R_2, & no\ cátodo \end{cases} \quad (1)$$

As reações eletroquímicas ocorridas na bateria produzem duas importantes propriedades: a voltagem (expressa em volts "*V*") e a capacidade (expressa em Ámpere-Hora "*Ah*") sendo que, o produto destas duas propriedades informa a quantidade de energia armazenada na bateria, disponível ao sistema. Considerando uma bateria ideal, a voltagem é constante durante a descarga e, uma queda repentina a zero ocorre quando ela fica descarregada. Neste caso, a capacidade ideal é constante para todo o processo de descarga e toda a energia armazenada é utilizada. Por outro lado, quando se está em um caso real, existem alguns efeitos não-lineares tais como o efeito da taxa de capacidade e o efeito de recuperação [8,17], presentes no processo de descarga que devem ser considerados, pois influenciam significativamente no tempo de vida da bateria.

[2] Condutor metálico por onde uma corrente elétrica entra ou sai de um sistema [16].
[3] Condutor de eletricidade (sólido ou líquido), no qual o transporte de carga se realiza por meio de íons [16].

Nível de *Cutoff*

O nível de *cutoff* é um importante parâmetro para calcular o tempo de vida da bateria. Ele pode ser definido como o valor limite inferior de carga (capacidade) em que a bateria consegue fornecer uma tensão suficiente para o dispositivo manter-se operacional [17]. A partir do momento que este valor é atingido, a bateria não consegue mais realizar reações eletroquímicas, consequentemente, não fornece mais energia ao sistema. Ressalta-se que, neste nível, a bateria não está completamente descarregada, mas sem possibilidade de efetuar reações eletroquímicas.

Efeito de Recuperação

O efeito de recuperação ocorre durante períodos de relaxação da bateria, em momentos onde há pouca ou nenhuma energia drenada. Nestes períodos, há uma reorganização dos elétrons no eletrólito de maneira uniforme, fazendo com que ocorra um aumento da capacidade efetiva da bateria, pois uma maior quantidade de carga torna-se disponível antes do sistema alcançar o nível de *cutoff*. Na FIGURA 2 são ilustradas as operações de uma bateria (de forma simplificada), onde, entre outros, pode-se observar o efeito de recuperação.

Na FIGURA 2 (A) é ilustrada a bateria completamente carregada, observa-se que a concentração de espécies eletroativas é constante durante todo o comprimento w do eletrólito. Durante uma descarga, as reações eletroquímicas reduzem a quantidade de espécies eletroativas próximas ao eletrodo (FIGURA 2 (B)). No instante em que ocorre uma redução significativa na corrente de descarga, a bateria passa por um momento de relaxação, possibilitando a reorganização dos elétrons uniformemente, reequilibrando o sistema (FIGURA 2 (C)) e aumentando a concentração de espécies eletroativas nas proximidades do eletrodo (Efeito de Recuperação) até o gradiente de concentração ficar nulo, assim a capacidade efetiva da bateria também é aumentada (FIGURA 2 (D)). Observa-se, no entanto, que esta quantidade de espécies eletroativas será menor que a concentração inicial. Por fim, quando a bateria atinge um limite inferior ao (nível de *cutoff*), as reações eletroquímicas cessam, e a bateria é considerada descarregada (FIGURA 2 (E)).

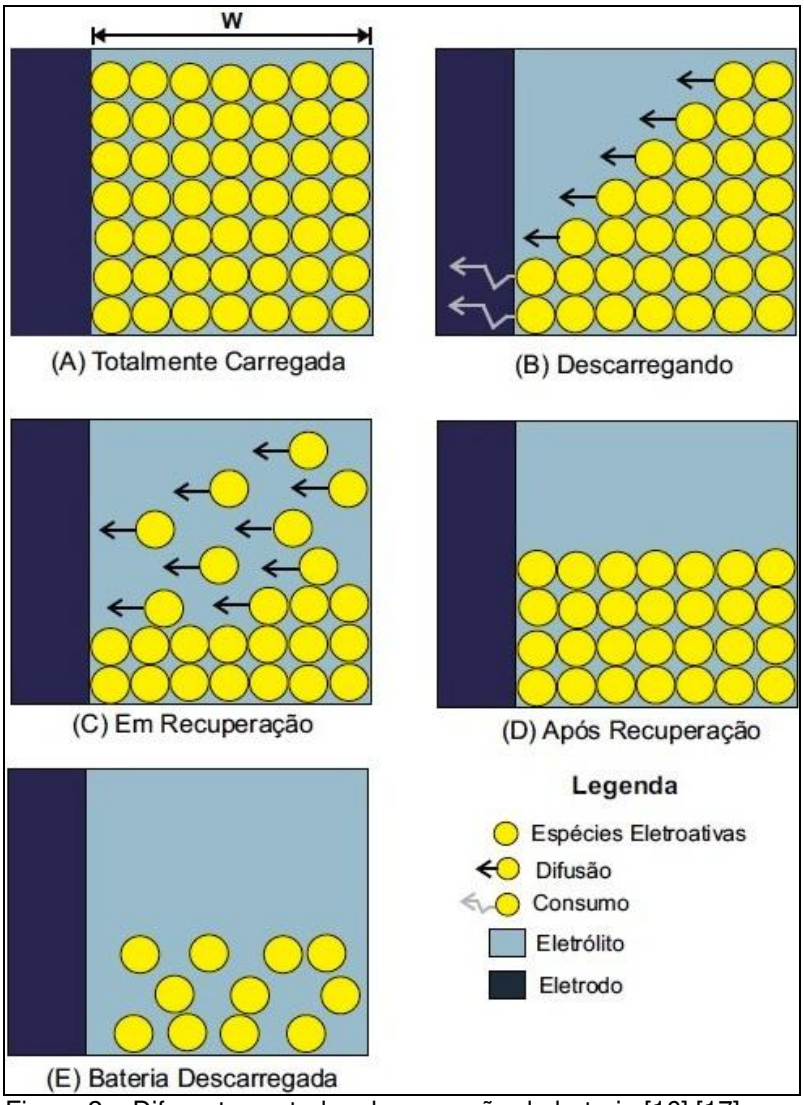

Figura 2 – Diferentes estados de operação da bateria [16] [17]

Efeito de Taxa de Capacidade

O efeito de taxa de capacidade [8,16,17] depende da capacidade atual da bateria e da intensidade da corrente de descarga. Logo, em altas correntes de descarga, a capacidade efetiva é baixa, pois não há tempo suficiente para que ocorra a reorganização das espécies eletroativas no eletrólito (efeito de recuperação), fazendo com que menos carga seja utilizada pelo sistema. Do contrário, com cargas alternadas, a capacidade efetiva é aumentada, pois quando ocorre uma variação de alta para baixa carga, ou mesmo um período sem fluxo de corrente, os elétrons se reorganizam no eletrólito, elevando a quantidade de carga na superfície do eletrodo (efeito de recuperação), assim, aumentando a capacidade efetiva da bateria e, consequentemente, a quantidade de energia disponível ao sistema.

2.2 Modelos de Baterias

Nesta seção serão descritos os principais modelos, presentes na literatura, utilizados na predição do tempo de vida de baterias.

Modelos Eletroquímicos

Os modelos eletroquímicos baseiam-se nos processos químicos que ocorrem no interior da bateria, são considerados modelos acurados. Entretanto, precisam de uma descrição muito detalhada das características da bateria, deixando-os altamente complexos e difíceis de implementar, uma vez que dependem de um grande número de parâmetros [8].

Modelos de Circuitos Elétricos

Modelos de circuitos elétricos ou, simplesmente modelos elétricos, descrevem a bateria na forma de um circuito utilizando a combinação de componentes elétricos (fontes, resistores, capacitores e indutores). Estes modelos podem considerar os efeitos não-lineares presentes na bateria (efeito de taxa de capacidade e efeito de recuperação), sua simulação é de fácil compreensão, realizada em simuladores de circuito. Os modelos elétricos são considerados menos acurados quando comparados aos modelos eletroquímicos. Entretanto, ainda dependem de certo esforço para configuração [8].

Modelos Estocásticos

Os modelos estocásticos descrevem a bateria em um nível mais elevado de abstração. A descarga e o efeito de recuperação são descritos como processos estocásticos. Um modelo estocástico, em geral, representa a bateria por um número finito de unidades de carga, e o comportamento de descarga é modelado usando um processo estocástico transiente no tempo discreto. A medida que o processo evolui ao longo do tempo (o qual é dividido em uma sequência de intervalos iguais), o estado da bateria é controlado pelo número de unidades de carga restantes. Em cada intervalo de tempo, a corrente média de descarga é medida e usada para determinar o número de unidades de carga consumidas. Se esta média não é zero, o número de unidades drenadas é obtido de uma tabela de pesquisa que contém dados das taxas de capacidades. No entanto, se o intervalo não sofreu descarga, então a bateria recupera certo número de unidades de carga [8].

Modelos Analíticos

Os modelos analíticos, assim como os estocásticos, descrevem a bateria de uma maneira abstrata, onde suas principais características são modeladas utilizando um conjunto

menor de equações, tornando-os mais fáceis de implementar quando comparados aos modelos eletroquímicos e elétricos [8].

Os modelos analíticos podem ser utilizados para cargas constantes ou variáveis, bem como para capturar os efeitos não-lineares das baterias (efeito da taxa de capacidade e efeito de recuperação). Além disto, são computacionalmente eficientes e podem facilmente ser configurados para diferentes tipos de baterias. Alguns modelos da literatura são:

- Modelo Linear;
- Lei de Peukert;
- Modelo de Difusão de Rakhmatov-Vrudhula;
- Modelo Cinético (KiBaM).

3. IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

Na literatura técnica são encontradas duas abordagens para a modelagem matemática de sistemas dinâmicos: (i) a modelagem fundamentada na física do processo; e (ii) a Identificação de Sistemas.

A modelagem fundamentada na física do processo, também conhecida como modelagem caixa-branca, fenomenológica ou conceitual exige o conhecimento dos fenômenos físicos envolvidos, pois ocorre através das leis e princípios que representam estes fenômenos. A utilização desta abordagem permite derivar modelos que descrevem a dinâmica interna do sistema, além da relação entrada-saída. Desta forma os parâmetros do modelo detém um sentido físico, residindo nesta característica, uma das vantagens deste tipo de modelagem. A principal desvantagem está no fato de que muitas vezes o sistema a ser modelado é grande e complexo, e consequentemente as equações físicas envolvidas também são complexas ou até mesmo desconhecidas, tornando o tempo de análise demasiadamente longo e a implementação computacional um tanto complicada.

Uma maneira de minimizar este problema é utilizar a abordagem de Identificação de Sistemas, na qual é permitido construir modelos matemáticos de sistemas dinâmicos a partir de dados obtidos de um sistema real, ou de uma planta experimental. Na Identificação de Sistemas há duas formas para a construção de modelos matemáticos: (i) a modelagem caixa-preta, na qual não se tem conhecimento prévio do sistema a ser modelado, neste caso apenas os dados de entrada e saída do processo são usados durante a identificação, observa-se que não existe nenhuma relação entre a estrutura matemática usada com a física do processo; uma vantagem desta técnica reside na facilidade de obtenção do modelo e na possibilidade de escolher estruturas adequadas para o objetivo da modelagem, também é conhecida como modelagem empírica; (ii) a modelagem caixa-cinza, na qual se tem algum conhecimento prévio do sistema a ser modelado, e esta informação não se

encontra no conjunto de dados utilizados durante a identificação, ou seja, esta categoria de modelos pode ser colocada entre a modelagem pela física ou natureza do processo e a identificação caixa-preta.

Um sistema dinâmico pode ser analisado no domínio do tempo e/ou no domínio da frequência. Por este motivo, a identificação deve ser capaz de derivar modelos (lineares ou não-lineares) que descrevam o comportamento do sistema original no domínio do tempo (equações diferenciais) ou no domínio da frequência (resposta em frequência), conforme o enfoque desejado. Segundo Ljung [11] dentro da modelagem matemática presente na teoria da Identificação de Sistemas os métodos desenvolvidos podem ser divididos em três grupos: (i) métodos paramétricos; (ii) métodos não-paramétricos; (iii) métodos do domínio da frequência.

Neste trabalho a predição do tempo de vida de baterias será modelada utilizando métodos paramétricos lineares, visto que estas são as estruturas de modelos mais simples presentes na teoria de Identificação de Sistemas. Dentre as principais estruturas de modelos paramétricos lineares pode-se citar: ARX (Auto-Regressivo com entradas eXternas), ARMAX (Auto-Regressivo com MédiA móvel e entradas eXternas), Modelos de erro na saída, e o Modelo BJ (Box Jenkins). A forma geral destas representações é dada por

$$A(q)y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)}v(k) \tag{2}$$

Onde q^{-n} é o operador de atraso, de forma que $y(k).q^{-1} = y(k-1)$ [11] (a forma q^{-n} é frequentemente utilizada, pois permite escrever polinômios de maneira compacta), $v(k)$ é o ruído branco e $A(q)$, $B(q)$, $C(q)$, $D(q)$ e $F(q)$ os polinômios definidos por

$$\begin{aligned} A(q) &= 1 + a_1 q^{-1} + \cdots + a_{n_y} q^{n_y} \\ B(q) &= b_1 q^{-1} + \cdots + b_{n_u} q^{n_u} \\ C(q) &= 1 + c_1 q^{-1} + \cdots + c_{n_\xi} q^{n_\xi} \\ D(q) &= 1 + d_1 q^{-1} + \cdots + d_{n_d} q^{n_d} \\ F(q) &= 1 + f_1 q^{-1} + \cdots + f_{n_f} q^{n_f} \end{aligned} \tag{3}$$

A partir do modelo geral (equação (1)) e fazendo-se alguns ajustes, obtêm-se os modelos paramétricos lineares descritos a seguir, e que serão utilizados neste trabalho para a modelagem matemática do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis.

3.1 Modelo ARX

O modelo ARX pode ser obtido partindo da equação (1), tomando-se $C(q) = D(q) = F(q) = 1$ e $A(q)$ e $B(q)$ polinômios arbitrários, resultando em

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + v(k) \tag{4}$$

3.2 Modelo ARMAX

O modelo ARMAX pode ser obtido da Equação (1), tomando-se $D(q) = F(q) = 1$ e $A(q)$, $B(q)$ e $C(q)$ polinômios arbitrários, resultando em

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + C(q)v(k) \tag{5}$$

3.3 Modelo de Erro na Saída

O modelo de erro na saída pode ser obtido da Equação (1), tendo $A(q) = C(q) = D(q) = 1$ e $B(q)$ e $F(q)$ polinômios arbitrários, resultando em

$$y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + v(k) \tag{6}$$

3.4 Modelo BJ

O modelo BJ pode ser obtido do modelo geral (Equação (1)), tomando-se $A(q) = 1$, e os demais polinômios arbitrários, resultando em

$$y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)}v(k) \tag{7}$$

4. MODELAGEM MATEMÁTICA

O problema de modelagem matemática via Identificação de Sistemas pode ser dividido em cinco etapas principais [11]: (i) obtenção dos dados experimentais do sistema que se deseja modelar, neste trabalho é utilizada a plataforma de testes apresentada na FIGURA 3, construída especialmente para validação de modelos matemáticos que representam o tempo de vida de baterias de dispositivos móveis; (ii) escolha de um conjunto de candidatos a modelos, aqui serão utilizados os modelos paramétricos lineares descritos na Seção 2; (iii) estimação dos parâmetros das estruturas de modelos, neste trabalho será utilizado o método de estimação dos Mínimos Quadrados; (iv) validação dos modelos presentes no conjunto de candidatos a modelos; e por fim (v) identificação da estrutura de

modelo, presente no grupo de candidatos a modelos e que apresenta os melhores resultados na validação, para predizer o tempo de vida de baterias de dispositivos móveis.

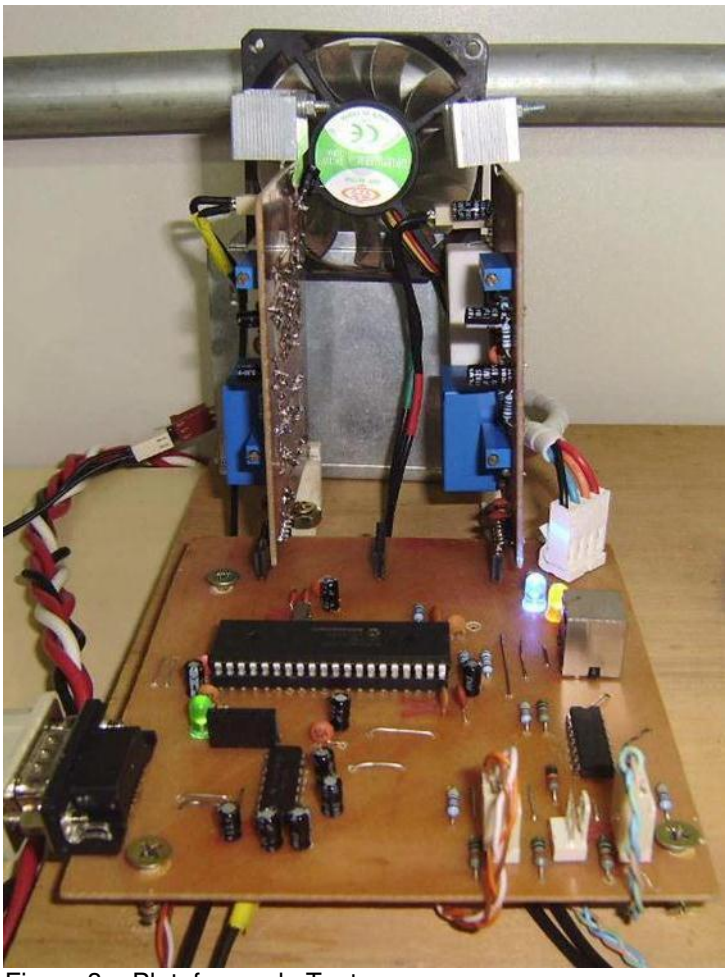

Figura 3 – Plataforma de Testes

A modelagem matemática será realizada através da caixa de ferramentas para a identificação de sistemas presente na ferramenta computacional Matlab denominada *ident*. Este aplicativo contém técnicas para estimação dos parâmetros dos modelos, permitindo ao usuário examinar as propriedades e verificar se os modelos encontrados estão em concordância com os dados medidos (validação). A mesma apresenta uma interface gráfica interativa ao usuário, denominada GUI (Graphical User Interface - GUI), que contém a maior parte das funções do Toolbox fornecendo um acesso fácil a todas as variáveis que são criadas durante a sessão, tornando o processo de identificação e modelagem um trabalho simples de ser realizado [12].

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste trabalho foram escolhidas estruturas paramétricas lineares de ordem dois, visto que o modelo físico de difusão de Rakhmatov-Vrudhula, que prediz o tempo de vida de baterias com acurácia [14,15], é baseado em uma Equação Diferencial Parcial (EDP) de segunda ordem. Logo, como se está usando um conhecimento prévio do sistema físico, a modelagem utilizada é caixa-cinza.

As baterias usadas nos processos de descarga, na plataforma experimental, são de *Li-Ion*, modelo *Nokia BL-5F* (presentes em celulares *Nokia N95*). Na identificação do modelo, é importante utilizar dois conjuntos diferentes de dados, sendo o primeiro necessário para a estimação dos parâmetros e o segundo para a validação [1]. No QUADRO 1 são apresentados os dados utilizados para a estimação dos parâmetros do modelo [17], e no QUADRO 2 são apresentados os dados utilizados para validação dos modelos [14].

Quadro 1 - Dados utilizados para estimação dos parâmetros das estruturas de modelos [17]

Perfis (mA)	Média (min.)
150	325,67
250	192,32
350	136,25
450	105,70
550	85,80
650	70,73
750	60,74
850	51,70
950	46,70

Quadro 2 - Dados utilizados para validação dos modelos [14]

Perfis (mA)	Média (min.)
200	268,13
350	136,25
500	98,23
650	70,73

A seguir são apresentados os modelos paramétricos lineares obtidos utilizando a caixa de ferramenta *ident* e os dados experimentais apresentados no QUADRO 1.

Modelo ARX: para este modelo foram obtidos os seguintes polinômios

$$A(q) = 1 - 1{,}083q^{-1} + 0{,}2205q^{-2}$$
$$B(q) = -0{,}009261q^{-1} + 0{,}01508q^{-2}$$

sendo q^{-n} o operador de atraso [11], pode-se escrever a equação (4) como

$$y[k] = \frac{0{,}01508q^{-2} - 0{,}009261q^{-1}}{0{,}2205q^{-2} - 1{,}083q^{-1} + 1}u[k] + \frac{1}{0{,}2205q^{-2} - 1{,}083q^{-1} + 1}e[k] \quad (8)$$

Modelo ARMAX: para este modelo foram obtidos os seguintes polinômios

$$A(q) = 1 - 0{,}8201q^{-1} + 0{,}05285q^{-2}$$
$$B(q) = 0{,}05168q^{-1} - 0{,}04923q^{-2}$$
$$C(q) = 1 - 0{,}8496q^{-1} - 0{,}1504q^{-2}$$

considerando o mesmo procedimento do modelo ARX, a equação (5) é dada por

$$y[k] = \frac{-0{,}04923q^{-2} + 0{,}05168q^{-1}}{0{,}05285q^{-2} - 0{,}8201q^{-1} + 1}u[k] + \frac{-0{,}1504q^{-2} - 0{,}8496q^{-1} + 1}{0{,}05285q^{-2} - 0{,}8201q^{-1} + 1}v[k] \quad (9)$$

Modelo de Erro na Saída: para este modelo foram obtidos os seguintes polinômios

$$B(q) = -0{,}08806q^{-1} + 0{,}9991q^{-2}$$
$$F(q) = 1 - 1{,}22q^{-1} + 0{,}2834q^{-2}$$

de modo que a equação (6) torna-se

$$y[k] = \frac{0{,}9991q^{-2} - 0{,}08806q^{-1}}{0{,}2834q^{-2} - 1{,}22q^{-1} + 1}u[k] + e[k] \quad (10)$$

Modelo BJ: para este modelo foram obtidos os seguintes polinômios

$$B(q) = -0{,}08806q^{-1} + 0{,}9991q^{-2}$$
$$C(q) = 1 - 0{,}4151q^{-1} + q^{-2}$$
$$D(q) = 1 + 0{,}4078q^{-1} + 0{,}4094q^{-2}$$
$$F(q) = 1 - 1{,}22q^{-1} + 0{,}2834q^{-2}$$

de modo que a Equação (7) torna-se

$$y[k] = \frac{0{,}9991q^{-2} - 0{,}08806q^{-1}}{0{,}2834q^{-2} - 1{,}22q^{-1} + 1}u[k] + \frac{q^{-2} - 0{,}4151q^{-1} + 1}{0{,}4094q^{-2} + 0{,}4078q^{-1} + 1}v[k] \quad (11)$$

Após a determinação dos quatro modelos matemáticos, apresentados nas equações (4)-(7) é necessário realizar a validação dos mesmos. Para isto, foi utilizado o conjunto de dados apresentado no QUADRO 2. Na FIGURA 4 são apresentados os resultados das simulações para a validação dos quatro modelos matemáticos, observa-se que o modelo ARX apresentou o melhor resultado quando comparado com os demais modelos e os dados experimentais, com acurácia de 95,53 %.

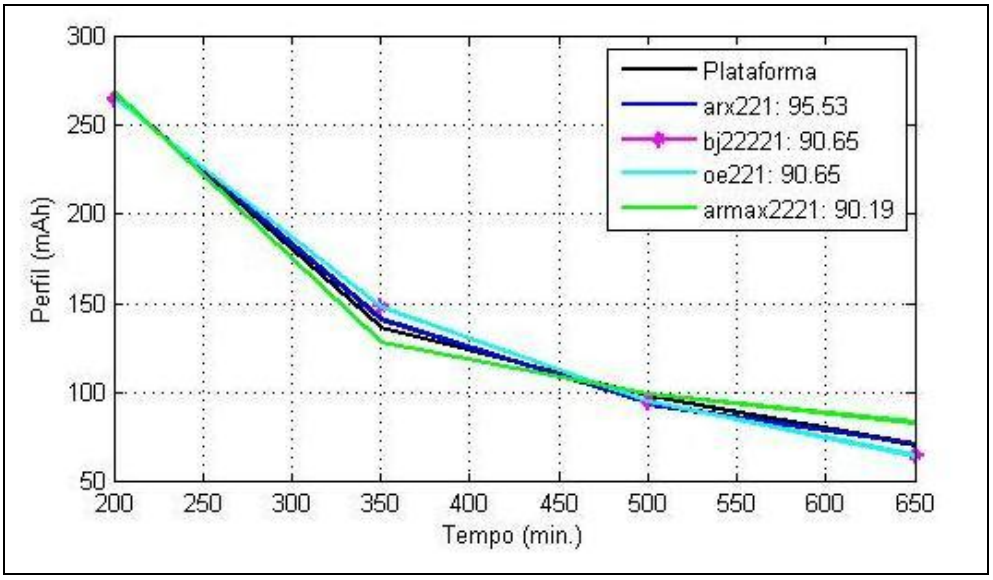

Figura 4 – Resultados simulação para validação dos modelos

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi realizada a modelagem matemática caixa-cinza, do tempo de vida de baterias de dispositivos móveis, utilizando a teoria de Identificação de Sistemas e uma plataforma experimental para obtenção do conjunto de dados. Foram escolhidas estruturas paramétricas lineares de ordem dois, visto que o modelo físico de difusão de Rakhmatov-Vrudhula, que prediz o tempo de vida de baterias com acurácia é baseado em uma Equação Diferencial Parcial (EDP) de segunda ordem. As baterias usadas nos processos de descarga, na plataforma experimental, são de *Li-Ion*, modelo *Nokia BL-5F* (presentes em celulares *Nokia N95*). A partir da análise dos resultados observou-se que o modelo

paramétrico linear ARX apresentou o melhor resultado quando comparado com os demais modelos e os dados experimentais, com acurácia de 95,53 %.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] AGUIRRE, L. A. **Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais**", 3ª Ed., Belo Horizonte:UFMG, 2007.

[2] CHEN, M.; RINCÓN-MORA, G. Accurate electrical battery model capable of predicting runtime and I-V performance", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 21, n.2, pg. 504-511, Junho 2006.

[3] CHIASSERINI, C.; RAO, R. Pulsed battery discharge in communication devices. In: **PROCEEDINGS OF THE 5TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON MOBILE COMPUTING AND NETWORKING**, p. 88-95, 1999.

[4] ---, A model for battery pulsed discharge with recovery effect. In: **IEEE WIRELESS COMMUNICATIONS AND NETWORKING CONFERENCE**, p. 636-639, 1999.

[5] DOYLE, M.; FULLER, T. F.; NEWMAN, J. Modeling of galvanostatic charge and discharge of the lithium, polymer, insertion cell. **Journal of the Electrochemical Society**, v. 140, n. 6, p. 1526-1533, 1993.

[6] ---, Simulation and optimization of the dual lithium ion insertion cell. **Journal of the Electrochemical Society**, v. 141, n. 1, p. 1-10, 1994.

[7] HAYKIN, S.; VEEN, B.V. **Sinais e Sistemas**. Porto Alegre, Brasil. Editora Bookman, 2001.

[8] JONGERDEN, M. R.; HAVERKORT, B. R. **Battery Modeling**, Thecnical Report. in Faculty Electrical Engineering, Mathematics and Computer Science, 2008.

[9] ---, **Which battery model to use?**, Imperial College London, p. 76-88, 2008.

[10] LAHIRI, K.; RAGHUNATHAN, A.; DEY, S.; PANIGRAHI, D. Battery-driven system design: A new frontier in low power design. In: **Proc. Intl. Conf. on VLSI Design/ASP-DAC**, p. 261-267, 2002.

[11] LJUNG, L. **System Identification: Theory for the User**, Second Edition, Prentice Hall, 1999.

[12] ---, System Identification Toolbox - User's Guide, MATHWORKS, Disponível em: http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf_doc/ident/ident.pdf, Acesso em: 26 de junho de 2012.

[13] NONEMACHER, H. B.; MINELLI, L.; SAUSEN, P. S.; SAUSEN, A. Desenvolvimento de um testbed para avaliação de modelos matemáticos utilizados na predição do tempo de vida das baterias. In: **XXIV Congresso Regional de Iniciação Científica e Tecnológica em Engenharia - CRICTE**, Universidade Federal de Rio Grande-RS, Brasil, 2010.

[14] OLIVEIRA, A. V. **Análise comparativa de metodologias de estimação de parâmetros aplicada a modelos analíticos utilizados na predição do tempo de vida de**

uma bateria". Dissertação de Mestrado, Universidade Regional Integrada do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijui-RS, 2012.

[15] RAKHMATOV, D.; VRUDHULA, S. **An analytical high-level battery model for use in energy management of portable electronic systems**, National Science Foundation's State/Industry/University Cooperative Research Centers (NSFS/IUCRC) Center for Low Power Electronics (CLPE), p. 1-6, 2001.

[16] SAUSEN, P. S. **Gerenciamento Integrado de Energia e Controle de Topologia em Redes de Sensores Sem Fio**. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande-PB, 2008.

[17] SCHNEIDER, K. K. **Modelos analíticos na predição do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis**. Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijui-RS, 2011.