O MÉTODO DA DECOMPOSIÇÃO DE ADOMIAN APLICADO À INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA DE UM CABO

Adriana E. L. Pereira[1], Sebastião Cícero de Pinheiro Gomes [2], Álvaro L. De Bortoli[3]

RESUMO
Neste trabalho investiga-se a interação fluido-estrutura de um cabo submerso em um fluido. Esta investigação será feita através do acoplamento entre a modelagem da dinâmica do cabo com o movimento do fluido. Para a dinâmica do cabo utiliza-se uma formulação inédita apresentada por Pereira [28] e para o movimento do fluido propõe-se o escoamento sobre um cilindro circular, onde as soluções analíticas das equações de Navier-Stokes são resolvidas através do Método da Decomposição de Adomian.

Palavras-chave: Cabos umbilicais. Modelos dinâmicos. Fluido. Adomian. Simulações.

THE ADOMIAN DECOMPOSITION METHOD APPLIED TO FLUID STRUCTURE INTERACTION OF A CABLE

ABSTRACT
In this work investigate the fluid-structure interaction problem of a submerse cable on a fluid. This investigation will be made through the coupling between the modeling of the dynamics of the cable with the movement of the fluid. To the dynamic cable, it is proposed a new formulation presented by Pereira [28] and for the fluid movement it is proposed the flow around a circular cylinder, where the analytical solutions of the Navier-Stokes equations will be solved by the Adomian Method of Decomposition.

Key words: Umbilical cables. Dynamic modeling. Fluid. Adomian. Simulations.

[1] Instituto de Matemática, Estatística e Física – FURG, adrianapereira@furg.br
[2] Instituto de Matemática, Estatística e Física – FURG, sebastiaogomes@furg.br
[3] Departamento de Matemática – UFRGS, dbortoli@mat.ufrgs.br

INTRODUÇÃO

Atualmente, os cabos marinhos estão presentes numa grande variedade de aplicações, como nos sistemas de ancoragem e de reboque. Existem também muitas aplicações com cabos umbilicais, como por exemplo, nos cabos utilizados para a comunicação entre um veículo do tipo ROV (*Remotely Operated Vehicle*) com alguma embarcação em superfície. Determinar o modelo dinâmico de um cabo é um problema complexo em razão das não linearidades, da flexibilidade estrutural no espaço tridimensional e ainda, da existência de complexas interações com o meio no qual o cabo está submerso.

Os problemas de interação entre fluido e estrutura podem ser encontrados em muitas aplicações técnicas. O tratamento deste problema é muito complexo e, conseqüentemente, a modelagem é feita com diversas simplificações. Grande parte dos trabalhos envolvendo este problema baseia-se na formulação ALE (*Arbitrary Lagrangian-Eulerian*) e as simulações são feitas através do Método de Elementos Finitos ou de Diferenças Finitas [9], [13], [29] e [26]. O acoplamento fluxo-cabo, em regime de baixo número de Reynolds, foi analisado por Davis, Demetriou e Olinger [12], que utilizaram Diferenças Finitas para acoplar o modelo estrutural do cabo com o modelo da esteira, e por Newman e Karniadakis [23][24], que utilizaram o Método Espectral para discretizar o plano xy e a expansão de Fourier na direção z, ao longo do cabo.

No presente artigo apresenta-se um estudo da interação fluido-estrutura de um cabo flexível submerso na água, através do acoplamento da modelagem dinâmica do cabo com o movimento do fluido. Para a modelagem dinâmica do cabo, utiliza-se o formalismo proposto por Pereira [28], cujo fundamento principal é supor que o cabo é formado por diversos elos rígidos conectados por articulações elásticas, como se o mesmo fosse formado por múltiplos pêndulos esféricos, sendo que cada junção entre dois pêndulos consecutivos é realizada por uma articulação elástica permitindo três movimentos distintos: azimute, elevação e torção, no espaço tridimensional. A proposta consiste na formulação de um método que permite determinar o Lagrangeano do sistema de forma algorítmica, independentemente do número de elementos que se escolheu para dividir a estrutura flexível. A aplicação das equações de Euler-Lagrange a todos os graus de liberdade do sistema permite a obtenção final do modelo dinâmico.

Nos escoamentos em torno de cabos flexíveis existe um acoplamento não linear complexo entre a dinâmica do cabo e as forças que o fluido exerce sobre o mesmo. Considerando-se que o cabo é cilíndrico, propõe-se o escoamento sobre um cilindro circular com eixo de simetria no eixo *oz,* onde as equações de Navier-Stokes, que determinam o movimento do fluido sobre o cilindro, são resolvidas analiticamente, através do Método da Decomposição de Adomian, com as condições iniciais determinadas pelo escoamento potencial em torno do cilindro. De acordo com o método de Adomian são determinadas as séries das funções que representam as componentes da velocidade do fluido e, através destas componentes, determina-se a pressão que o fluido exerce sobre o cilindro. A interação entre fluido-estrutura é investigada através do acoplamento da dinâmica do cabo com a solução do escoamento sobre o cilindro. Para o acoplamento integra-se analiticamente a diferença de pressão em cada elemento de área do cilindro, obtendo-se a força resultante que o fluido exerce sobre o cabo. Através da expressão da força resultante, são determinadas as forças atuantes sobre cada elo do cabo e a partir destas forças são calculados os torques em elevação e azimute em cada articulação fictícia. Estes torques são considerados na modelagem dinâmica do cabo como uma perturbação externa nos movimentos do mesmo, e então são realizadas várias simulações com o cabo dentro d'água.

O método da decomposição de Adomian [3] foi introduzido por George Adomian, na década iniciada em 1980, para resolver equações lineares e não lineares. Cherrualt, Abbaoui, et al [1][2][11] e Allan [5] estabeleceram sua estrutura matemática e provaram a sua convergência.

A convergência do Método de Adomian também foi tratada por Basto [8], Ngarhasta, Abbaoui e Cherrualt [25], Helal e Mehanna [16], Mustafa [22], Lesnic [20][21], Ouedraogo, Cherrualt e Abbaoui [27], Kaya e Inan [18][19], Babolian e Biazar [7] , Babajee, Dauhoo, Darvishi e Barati [6] e por Himoun, Abbaoui e Cherrualt[17].

Uma importante vantagem do Método da Decomposição de Adomian é que este método não requer a discretização das variáveis, não sendo afetado pelos erros de arredondamento computacionais e, além disso, não enfrenta a necessidade de grande tempo e memória computacional. A aproximação da decomposição é feita diretamente sem o uso de suposições restritivas ou linearizações. Além disso, ao

contrário da maioria dos métodos numéricos, o Método da Decomposição de Adomian fornece uma forma fechada da solução (Dehgan [14]).

DINÂMICA DO CABO

Considere-se um cabo umbilical conforme indicado na Figura 1, fixo em sua extremidade superior a uma base que pode ser móvel e em sua extremidade inferior a uma massa m_c. De acordo com Pereira [28], a modelagem dinâmica do cabo consiste em dividir o cabo em pequenos elementos rígidos (elos), conectados por articulações fictícias flexíveis que permitem três movimentos livres independentes, intitulados de azimute, elevação e torção. Estes movimentos são relativos ao elo anterior da cadeia articulada. Esta proposta consiste na formulação de um método que permite determinar o Lagrangeano do sistema de forma algorítmica, independentemente do número de elementos que se escolheu para dividir a estrutura flexível. A aplicação das equações de Euler-Lagrange a todos os graus de liberdade do sistema permite a obtenção final do modelo dinâmico.

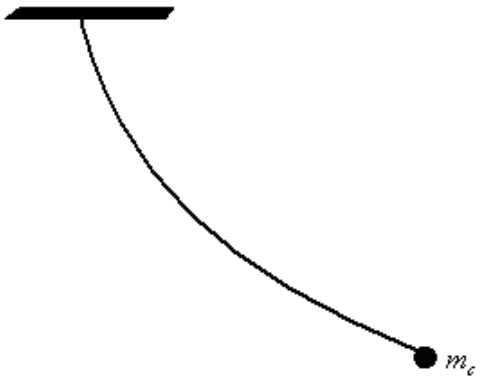


Figura 1 Representação esquemática do cabo umbilical.

Neste trabalho, o cabo tem comprimento l, é articulado na extremidade onde ele está fixo e dividido em três partes rígidas, sendo estas partes rígidas conectadas por duas articulações fictícias, conforme a Figura 2. Em cada articulação são considerados os ângulos de azimute, elevação e torção do cabo, ou seja, na i-ésima articulação, θ_{ia} é o ângulo de azimute, θ_{ie} é o ângulo de elevação e θ_{iT} é o ângulo de torção do cabo, conforme mostra a Figura 3. No referencial $X_iY_iZ_i$ tem-se que: o eixo O_iZ_i é paralelo ao eixo OZ_0 do referencial inicial (sempre na direção vertical), o

eixo O_iY_i é paralelo à projeção da parte rígida anterior à i-ésima articulação (projeção no plano horizontal) e o eixo O_iX_i é ortogonal ao eixo O_iY_i. Em cada articulação são consideradas três constantes elásticas, ou seja, na i-ésima articulação são consideradas as constantes elásticas k_{ia}, k_{ie}, k_{iT}, devidas aos ângulos de azimute, elevação e torção, respectivamente.

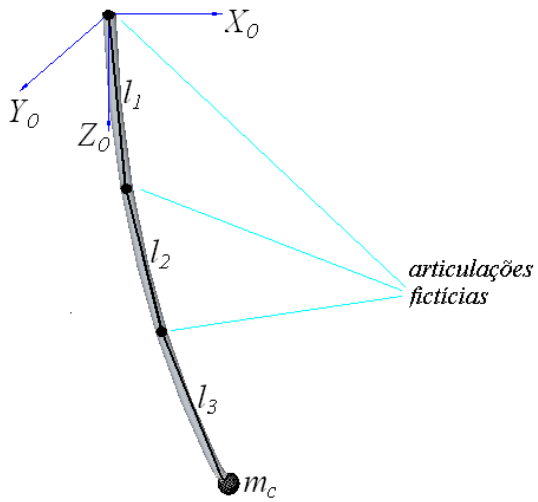


Figura 2 Representação geométrica do cabo com três articulações fictícias.

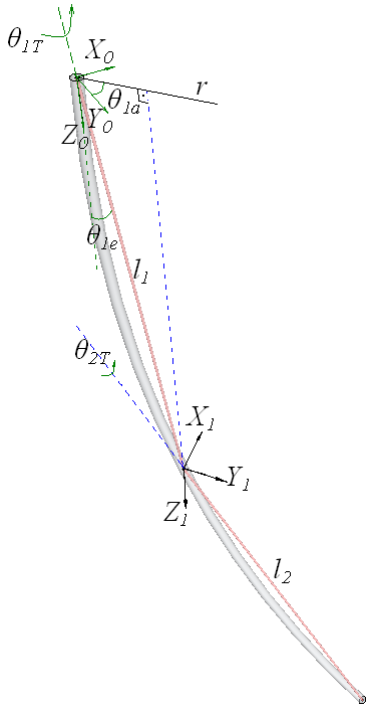


Figura 3 Ângulos de azimute, elevação e torção para a articulação da base.

Do mesmo modo que em Pereira [28], define-se $l_1 = \frac{l}{4}, l_2 = \frac{l}{2}$ e $l_3 = \frac{l}{4}$, determina-se o Lagrangeano do sistema e através das equações de Euler-Lagrange obtém-se o seguinte modelo dinâmico:

$$I\left(\vec{\theta}\right)\ddot{\vec{\theta}} + C\,\dot{\vec{\theta}} + K\,\vec{\theta} + \vec{f}\left(\vec{\theta},\dot{\vec{\theta}}\right) = \vec{T}_m, \tag{1}$$

onde $\vec{\theta} = \left[\theta_{1e} \quad \theta_{2e} \quad \theta_{3e} \quad \theta_{1a} \quad \theta_{2a} \quad \theta_{3a} \quad \theta_{1T} \quad \theta_{2T} \quad \theta_{3T}\right]^T$, $\theta_{1e}, \theta_{2e}, \theta_{3e}$ são os ângulos de elevação nas articulações, $\theta_{1a}, \theta_{2a}, \theta_{3a}$ são os ângulos de azimute nas articulações, $\theta_{1T}, \theta_{2T}, \theta_{3T}$ são os ângulos de torção nas articulações, $I\left(\vec{\theta}\right)$ é a matriz de inércia, C é a matriz das constantes de atrito, K é a matriz das constantes elásticas, $\vec{f}\left(\vec{\theta},\dot{\vec{\theta}}\right)$ é o vetor de esforços não lineares e $\vec{T}_m$ é o vetor dos torques externos.

Através de uma troca de variáveis, transforma-se o sistema de equações diferenciais (1) em um sistema de equações diferenciais de primeira ordem como:

$$\dot{\vec{X}} = P\left(\vec{X}\right)\vec{X} + \vec{F}\left(\vec{X}\right) + \vec{\Gamma} \tag{2}$$

onde

$$P\left(\vec{X}\right) = \begin{bmatrix} [0]_{9\times 9} & [1]_{9\times 9} \\ -\left[I\left(\vec{X}\right)\right]^{-1} K & -\left[I\left(\vec{X}\right)\right]^{-1} C \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\vec{F}\left(\vec{X}\right) = \begin{bmatrix} [0]_{9\times 1} \\ -\left[I\left(\vec{X}\right)\right]^{-1} \vec{f}\left(\vec{X}\right) \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\vec{\Gamma} = \begin{bmatrix} [0]_{9\times 1} \\ \left[I\left(\vec{X}\right)\right]^{-1} \vec{T}_m \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\vec{X} = \left[\theta_{1e} \;\; \theta_{2e} \;\; \theta_{3e} \;\; \theta_{1a} \;\; \theta_{2a} \;\; \theta_{3a} \;\; \theta_{1T} \;\; \theta_{2T} \;\; \theta_{3T} \;\; \dot{\theta}_{1e} \;\; \dot{\theta}_{2e} \;\; \dot{\theta}_{3e} \;\; \dot{\theta}_{1a} \;\; \dot{\theta}_{2a} \;\; \dot{\theta}_{3a} \;\; \dot{\theta}_{1T} \;\; \dot{\theta}_{2T} \;\; \dot{\theta}_{3T}\right]^T \tag{6}$$

$$\vec{T}_m = \left[T_{\theta_{1e}} \quad T_{\theta_{2e}} \quad T_{\theta_{3e}} \quad T_{\theta_{1a}} \quad T_{\theta_{2a}} \quad T_{\theta_{3a}} \quad T_{\theta_{1T}} \quad T_{\theta_{2T}} \quad T_{\theta_{3T}}\right]^T \tag{7}$$

MODELO ANALÍTICO PARA O ESCOAMENTO SOBRE CILINDRO

O cabo considerado no presente trabalho é cilíndrico, então propõe-se o escoamento sobre um cilindro circular de raio a, com eixo de simetria no eixo *oz*. As equações tridimensionais de Navier-Stokes que determinam o movimento do fluido sobre o cilindro, em coordenadas cilíndricas são dadas por Bejan [10] e após um estudo da ordem de magnitude dos termos destas equações, obtém-se as equações simplificadas na forma:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_r}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \theta}-\frac{{v_\theta}^2}{r}=-\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{\mu}{\mathrm{Re}}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial v_r}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2}-\frac{v_r}{r^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}\right)+F_r \tag{8}$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_\theta}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}+\frac{v_r v_\theta}{r}=-\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \theta}+\frac{\mu}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial r}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial v_r}{\partial \theta}-\frac{v_\theta}{r^2}\right)+F_\theta \tag{9}$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_z}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_z}{\partial \theta}+v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\mu}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2}\right)+F_z \tag{10}$$

A equação da conservação da massa é dada por:

$$\frac{\partial v_r}{\partial r}+\frac{v_r}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0,$$

portanto, pode-se escrever:

$$\frac{\partial v_z}{\partial z}=-\frac{\partial v_r}{\partial r}-\frac{v_r}{r}-\frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \tag{11}$$

Substituindo-se (11) em (9), obtém-se:

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_z}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_z}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_z}{\partial \theta}+v_z\left(-\frac{\partial v_r}{\partial r}-\frac{v_r}{r}-\frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}\right)=\\ =-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\mu}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2}\right)+F_z\end{aligned} \tag{12}$$

As condições iniciais são obtidas a partir do escoamento potencial, sendo para $t=0$:

$$\begin{aligned}v_r(r,\theta,z,0)&=V_\infty\cos\theta\left[1-\left(\frac{a}{r}\right)^2\right],\\ v_\theta(r,\theta,z,0)&=-V_\infty\sin\theta\left[1+\left(\frac{a}{r}\right)^2\right],\\ v_z(r,\theta,z,0)&=0\end{aligned} \tag{13}$$

Nos escoamentos incompressíveis utiliza-se a equação de Poisson para a pressão, entretanto com a utilização do Método da Decomposição de Adomian as

expressões se tornam muito longas; então para simplificar o cálculo, considera-se uma aproximação para a pressão através da equação de Bernoulli:

$$p = p_\infty + \frac{\rho V_\infty^2}{2} - \frac{\rho U^2}{2} = p_\infty + \frac{\rho}{2} V_\infty^2 \left(1 - \frac{U^2}{V_\infty^2} \right) \tag{14}$$

$$U^2 = v_r^2 + v_\theta^2 + v_z^2 \tag{15}$$

A seguir utiliza-se o Método da Decomposição de Adomian [3][4] para determinar a solução do sistema (8), (9) e (12), com as condições iniciais (13) e a equação da pressão (14).

Considerando-se a equação (8), na forma de operador, tem-se:

$$L_t v_r = -v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{{v_\theta}^2}{r} - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\mu}{\mathrm{Re}} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right) + F_r$$

(16)

onde $L_t = \dfrac{\partial}{\partial t}$.

Resolvendo-se a equação (16) em t, aplica-se o operador inverso $L_t^{-1}(\cdot) = \int_0^t (\cdot) dt$ e obtém-se:

$$\begin{aligned} L_t^{-1} L_t v_r = {} & L_t^{-1} \left(-\frac{\partial p}{\partial r} + F_r \right) + L_t^{-1} \left(-v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{{v_\theta}^2}{r} \right) + \\ & + L_t^{-1} \left[\frac{\mu}{\mathrm{Re}} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right) \right] \end{aligned} \tag{17}$$

sendo

$$\begin{aligned} L_t^{-1} L_t v_r &= \int_0^t \frac{\partial v_r}{\partial t} dt = v_r(r,\theta,z,t) - v_r(r,\theta,z,0) = \\ &= v_r(r,\theta,z,t) - V_\infty \cos\theta \left[1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right] \end{aligned} \tag{18}$$

Logo, substituindo (18) em (14), obtém-se:

$$\begin{aligned} v_r = {} & V_\infty \cos\theta \left[1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right] + L_t^{-1} \left(-\frac{\partial p}{\partial r} + F_r \right) + L_t^{-1} \left[-v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + \frac{{v_\theta}^2}{r} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\mathrm{Re}} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right) \right] \end{aligned} \tag{19}$$

Considerando $v_r = \sum_{n=0}^{\infty} v_{rn}$, $v_\theta = \sum_{n=0}^{\infty} v_{\theta n}$, $v_z = \sum_{n=0}^{\infty} v_{zn}$, de (19) resulta:

$$\sum_{n=0}^{\infty} v_{rn} = V_\infty \cos\theta \left[1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2\right] + L_t^{-1}\left(-\frac{\partial p}{\partial r} + F_r\right) + L_t^{-1}\left(\sum_{n=0}^{\infty} A_{1,n}\right) \tag{20}$$

onde

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_{1,n} = -\left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{rn}\right)\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial v_{rn}}{\partial r}\right) - \frac{1}{r}\left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{\theta n}\right)\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial v_{rn}}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r}\left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{\theta n}\right)\left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{\theta n}\right) +$$
$$+ \frac{\mu}{\mathrm{Re}}\left[\frac{1}{r}\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial v_{rn}}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial^2 v_{rn}}{\partial \theta^2}\right) - \frac{1}{r^2}\left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{rn}\right) - \frac{2}{r^2}\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial v_{\theta n}}{\partial \theta}\right)\right]$$

ou seja

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_{1,n} = \sum_{n=0}^{\infty}\left[-A_{1,1,n} - \frac{1}{r}A_{1,2,n} + \frac{1}{r}A_{1,3,n} + \frac{\mu}{\mathrm{Re}}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial v_{rn}}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_{rn}}{\partial \theta^2} - \frac{1}{r^2}v_{rn} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial v_{\theta n}}{\partial \theta}\right)\right] \tag{21}$$

Tem-se que:

1°) $\sum_{n=0}^{\infty} A_{1,1,n} = \left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{rn}\right)\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial v_{rn}}{\partial r}\right) = \left(v_{r0} + v_{r1} + v_{r2} + \ldots\right)\left(\frac{\partial v_{r0}}{\partial r} + \frac{\partial v_{r1}}{\partial r} + \frac{\partial v_{r2}}{\partial r} + \ldots\right)$, onde:

$$A_{1,1,0} = v_{r0}\frac{\partial v_{r0}}{\partial r} \;;\; A_{1,1,1} = v_{r0}\frac{\partial v_{r1}}{\partial r} + v_{r1}\frac{\partial v_{r0}}{\partial r} \;;\; A_{1,1,2} = v_{r0}\frac{\partial v_{r2}}{\partial r} + v_{r1}\frac{\partial v_{r1}}{\partial r} + v_{r2}\frac{\partial v_{r0}}{\partial r} \;;$$
$$A_{1,1,3} = v_{r0}\frac{\partial v_{r3}}{\partial r} + v_{r1}\frac{\partial v_{r2}}{\partial r} + v_{r2}\frac{\partial v_{r1}}{\partial r} + v_{r3}\frac{\partial v_{r0}}{\partial r}; \tag{22}$$
$$A_{1,1,4} = v_{r0}\frac{\partial v_{r4}}{\partial r} + v_{r1}\frac{\partial v_{r3}}{\partial r} + v_{r2}\frac{\partial v_{r2}}{\partial r} + v_{r3}\frac{\partial v_{r1}}{\partial r} + v_{r4}\frac{\partial v_{r0}}{\partial r};$$

2°) $\sum_{n=0}^{\infty} A_{1,2,n} = \left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{\theta n}\right)\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial v_{rn}}{\partial \theta}\right) = \left(v_{\theta 0} + v_{\theta 1} + v_{\theta 2} + \ldots\right)\left(\frac{\partial v_{r0}}{\partial \theta} + \frac{\partial v_{r1}}{\partial \theta} + \frac{\partial v_{r2}}{\partial \theta} + \ldots\right)$, sendo:

$$A_{1,2,0} = v_{\theta 0}\frac{\partial v_{r0}}{\partial \theta} \;;\; A_{1,2,1} = v_{\theta 0}\frac{\partial v_{r1}}{\partial \theta} + v_{\theta 1}\frac{\partial v_{r0}}{\partial \theta} \;;\; A_{1,2,2} = v_{\theta 0}\frac{\partial v_{r2}}{\partial \theta} + v_{\theta 1}\frac{\partial v_{r1}}{\partial \theta} + v_{\theta 2}\frac{\partial v_{r0}}{\partial \theta} \;;$$
$$A_{1,2,3} = v_{\theta 0}\frac{\partial v_{r3}}{\partial \theta} + v_{\theta 1}\frac{\partial v_{r2}}{\partial \theta} + v_{\theta 2}\frac{\partial v_{r1}}{\partial \theta} + v_{\theta 3}\frac{\partial v_{r0}}{\partial \theta}; \tag{23}$$
$$A_{1,2,4} = v_{\theta 0}\frac{\partial v_{r4}}{\partial \theta} + v_{\theta 1}\frac{\partial v_{r3}}{\partial \theta} + v_{\theta 2}\frac{\partial v_{r2}}{\partial \theta} + v_{\theta 3}\frac{\partial v_{r1}}{\partial \theta} + v_{\theta 4}\frac{\partial v_{r0}}{\partial \theta};$$

3º) $\sum_{n=0}^{\infty} A_{1,3,n} = \left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{\theta n}\right)\left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{\theta n}\right) = \left(v_{\theta 0} + v_{\theta 1} + v_{\theta 2} + \ldots\right)\left(v_{\theta 0} + v_{\theta 1} + v_{\theta 2} + \ldots\right)$, onde:

$$A_{1,3,0} = v_{\theta 0}^{\ 2}; A_{1,3,1} = 2v_{\theta 0}v_{\theta 1}; A_{1,3,2} = 2v_{\theta 0}v_{\theta 2} + v_{\theta 1}^{\ 2};$$
$$A_{1,3,3} = 2v_{\theta 0}v_{\theta 3} + 2v_{\theta 1}v_{\theta 2}; A_{1,3,4} = 2v_{\theta 0}v_{\theta 4} + 2v_{\theta 1}v_{\theta 3} + v_{\theta 2}^{\ 2}; \quad (24)$$

De (20) obtém-se:

$$v_{r0} + \sum_{n=0}^{\infty} v_{rn+1} = V_\infty \cos\theta \left[1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2\right] + L_t^{-1}\left(-\frac{\partial p}{\partial r} + F_r\right) + \sum_{n=0}^{\infty} L_t^{-1}\left(A_{1,n}\right) \quad (25)$$

o que resulta em:

$$\begin{cases} v_{r0} = V_\infty \cos\theta \left[1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2\right] + L_t^{-1}\left(-\frac{\partial p}{\partial r} + F_r\right) \\ v_{rn+1} = L_t^{-1}\left(A_{1,n}\right) \end{cases} \quad (26)$$

As equações (9) e (12) são resolvidas de modo análogo à equação (8) e obtém-se as seguintes soluções, respectivamente:

$$\begin{cases} v_{\theta 0} = -V_\infty \sin\theta \left[1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2\right] + L_t^{-1}\left(-\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \theta} + F_\theta\right) \\ v_{\theta n+1} = L_t^{-1}\left(A_{2,n}\right) \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} v_{z0} = L_t^{-1}\left(-\frac{\partial p}{\partial z} + F_z\right) \\ v_{zn+1} = L_t^{-1}\left(A_{3,n}\right) \end{cases} \quad (28)$$

onde:

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_{2,n} = -\left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{rn}\right)\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial v_{\theta n}}{\partial r}\right) - \frac{1}{r}\left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{\theta n}\right)\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial v_{\theta n}}{\partial \theta}\right) - \frac{1}{r}\left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{rn}\right)\left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{\theta n}\right) + \\ + \frac{\mu}{\mathrm{Re}}\left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial^2 v_{\theta n}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial v_{\theta n}}{\partial r}\right) + \frac{2}{r^2}\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial v_{rn}}{\partial \theta}\right) - \frac{1}{r^2}\left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{\theta n}\right)\right] \quad (29)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_{3,n} = -\left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{zn}\right)\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial v_{zn}}{\partial r}\right) - \frac{1}{r}\left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{\theta n}\right)\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial v_{zn}}{\partial \theta}\right) + \left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{zn}\right)\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial v_{rn}}{\partial r}\right) + \\ + \frac{1}{r}\left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{zn}\right)\left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{rn}\right) + \frac{1}{r}\left(\sum_{n=0}^{\infty} v_{zn}\right)\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial v_{\theta n}}{\partial \theta}\right) + \\ + \frac{\mu}{\mathrm{Re}}\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial^2 v_{zn}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial v_{zn}}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial^2 v_{zn}}{\partial \theta^2}\right) \quad (30)$$

De (26), (27), (28) e (14), obtém-se:

$$\begin{cases} v_{r0} = V_\infty \cos\theta\left[1-\left(\dfrac{a}{r}\right)^2\right] + L_t^{-1}\left(-\dfrac{\partial p}{\partial r} + F_r\right) \;;\; v_{rn+1} = L_t^{-1}\left(A_{1,n}\right) \\ v_{\theta 0} = -V_\infty \sin\theta\left[1+\left(\dfrac{a}{r}\right)^2\right] + L_t^{-1}\left(-\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial p}{\partial \theta} + F_\theta\right) \;;\; v_{\theta n+1} = L_t^{-1}\left(A_{2,n}\right) \\ v_{z0} = L_t^{-1}\left(-\dfrac{\partial p}{\partial z} + F_z\right) \;;\; v_{zn+1} = L_t^{-1}\left(A_{3,n}\right) \;; \\ p = p_\infty + \dfrac{\rho}{2}V_\infty^2\left(1-\dfrac{U^2}{V_\infty^2}\right) \end{cases} \tag{31}$$

Para determinar a solução do sistema (31), considera-se: $F_r = F_z = 0$ $F_\theta = \frac{1}{2}\cos(8\pi t)$ e $\frac{\partial p}{\partial z} = 10^{-6}$, com a finalidade de se obter uma oscilação na direção transversal ao escoamento, sendo a força F_θ determinada com base na freqüência do número de Strouhal para o escoamento sobre um cilindro circular. As condições iniciais (13) são então substituídas na equação (14), a fim de determinar uma expressão inicial para a pressão, sendo esta utilizada para determinar os termos v_{r0}, $v_{\theta 0}$ e v_{z0}. A partir destes primeiros termos encontrados, são determinados os demais termos das séries $v_r = \sum_{n=0}^{\infty} v_{rn}$, $v_\theta = \sum_{n=0}^{\infty} v_{\theta n}$ e $v_z = \sum_{n=0}^{\infty} v_{zn}$ nas fórmulas de recursão $v_{rn+1} = L_t^{-1}\left(A_{1,n}\right)$, $v_{\theta n+1} = L_t^{-1}\left(A_{2,n}\right)$ e $v_{zn+1} = L_t^{-1}\left(A_{3,n}\right)$. Como as expressões dos termos das séries que determinam as componentes do vetor velocidade do fluido são muito longas, considera-se uma aproximação com três termos para cada série, como:

$$v_r = \sum_{n=0}^{2} v_{rn} = v_{r0} + v_{r1} + v_{r2}\,, \tag{32}$$

$$v_\theta = \sum_{n=0}^{2} v_{\theta n} = v_{\theta 0} + v_{\theta 1} + v_{\theta 2}\,, \tag{33}$$

$$v_z = \sum_{n=0}^{2} v_{zn} = v_{z0} + v_{z1} + v_{z2}\,. \tag{34}$$

INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA

No presente trabalho, o problema da interação fluido-estrutura será investigado através do acoplamento da dinâmica do cabo com a solução do escoamento sobre o cilindro. Como a deformação resultante da flexibilidade do cabo pode variar consideravelmente a natureza do escoamento caracterizando um fenômeno de interação fluido-estrutura, é necessário resolver o problema do escoamento e estrutural simultaneamente. O procedimento de solução para este acoplamento consiste em resolver o problema do escoamento obtendo as componentes do vetor força atuante sobre o cabo e, então, determina-se a força que o fluido exerce sobre o cabo com a integração da diferença de pressão, encontrada utilizando-se o Método de Adomian, em cada elemento de área do cilindro, e depois esta força será acoplada na modelagem dinâmica do cabo como uma perturbação externa nos movimentos do mesmo. Esta formulação é apresentada a seguir.

A estrutura submersa no fluido é um cabo cilíndrico e flexível, que é dividido em três elementos rígidos (elos), conectados por articulações fictícias flexíveis que permitem três movimentos livres independentes, de azimute, de elevação e de torção. Portanto quando este cabo está submerso em um fluido em movimento ocorre a deformação da estrutura, fazendo com que esta deixe de ser perpendicular ao escoamento, tornando-se necessário decompor as componentes v_r, v_θ e v_z, do vetor *U*, na direção perpendicular a cada elo da estrutura.

O sistema inercial $X_0Y_0Z_0$ é colocado de modo Z_0 aponta para o centro da Terra e Y_0 na mesma direção do escoamento. As forças

$$\vec{F}_1 = F_{x1}\vec{i} + F_{y1}\vec{j},\ \vec{F}_2 = F_{x2}\vec{i} + F_{y2}\vec{j} \text{ e } \vec{F}_3 = F_{x3}\vec{i} + F_{y3}\vec{j}, \tag{35}$$

que atuam nos centros de massa de cada elo da estrutura, estão representadas na Figura 4.

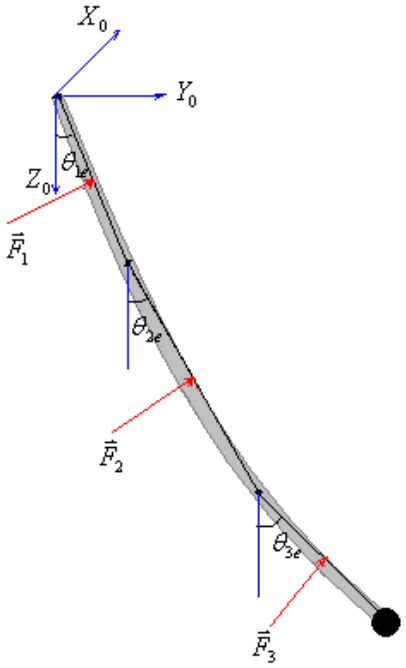


Figura 4 Representação das forças que atuam sobre a estrutura flexível submersa

Considera-se, então, a decomposição das componentes v_r, v_θ e v_z nas direções perpendiculares a cada elo do cabo, ou seja:

$$v_r = \left(v_{r0} + v_{r1} + v_{r2}\right)\cos\theta_{ie}, \quad i = 1,2,3 \tag{36}$$

$$v_\theta = \left(v_{\theta 0} + v_{\theta 1} + v_{\theta 2}\right)\cos\theta_{ie}, \quad i = 1,2,3 \tag{37}$$

$$v_z = \left(v_{z0} + v_{z1} + v_{z2}\right)\sin\theta_{ie}, \quad i = 1,2,3 \tag{38}$$

A partir das equações (36), (37) e (38), determina-se de (15) uma expressão para o módulo da velocidade *U* do fluido e consequentemente uma expressão para a diferença de pressão exercida pelo escoamento sobre o cabo através da equação:

$$\Delta p = p - p_\infty = \frac{\rho}{2} V_\infty^2 \left(1 - \frac{U^2}{V_\infty^2}\right). \tag{39}$$

As forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ que atuam em cada ponto do cilindro são estabelecidas através da integração da diferença de pressão definida em (39), para θ variando de 0 a 2π, sendo estas forças decompostas nas direções *x* e *y* e somadas de forma a se obter uma resultante atuando no centro de massa de cada elo como em (35).

Da Física tem-se que o torque é o produto vetorial entre a força aplicada num corpo, $\vec{F}$, e o braço de alavanca desse corpo, $\vec{r}$, ou seja: $\vec{T} = \vec{F} \times \vec{r}$.

Através das forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ determinadas anteriormente e de acordo com as Figuras 5 e 6, são determinados os torques em cada um dos elos do cabo como:

$$\vec{T}_1 = \vec{F}_1 \times \vec{r}_{1c} \tag{41}$$

$$\vec{T}_2 = \vec{F}_2 \times \left(\vec{r}_{2c} - \vec{r}_{2a}\right) \tag{42}$$

$$\vec{T}_3 = \vec{F}_3 \times \left(\vec{r}_{3c} - \vec{r}_{3a}\right) \tag{43}$$

onde

$$\vec{r}_{1c} = \frac{l}{8}\sin\theta_{1e}\sin\theta_{1a}\vec{i} + \frac{l}{8}\sin\theta_{1e}\cos\theta_{1a}\vec{j} + \frac{l}{8}\cos\theta_{1e}\vec{k} \tag{44}$$

$$\vec{r}_{2c} - \vec{r}_{2a} = \frac{l}{4}\sin\theta_{2e}\sin\left(\theta_{1a} + \theta_{2a}\right)\vec{i} + \frac{l}{4}\sin\theta_{2e}\cos\left(\theta_{1a} + \theta_{2a}\right)\vec{j} + \frac{l}{4}\cos\theta_{2e}\vec{k} \tag{45}$$

$$\vec{r}_{3c} - \vec{r}_{3a} = \frac{l}{8}\sin\theta_{3e}\sin\left(\theta_{1a} + \theta_{2a} + \theta_{3a}\right)\vec{i} + \frac{l}{8}\sin\theta_{3e}\cos\left(\theta_{1a} + \theta_{2a} + \theta_{3a}\right)\vec{j} + \frac{l}{8}\cos\theta_{3e}\vec{k} \tag{46}$$

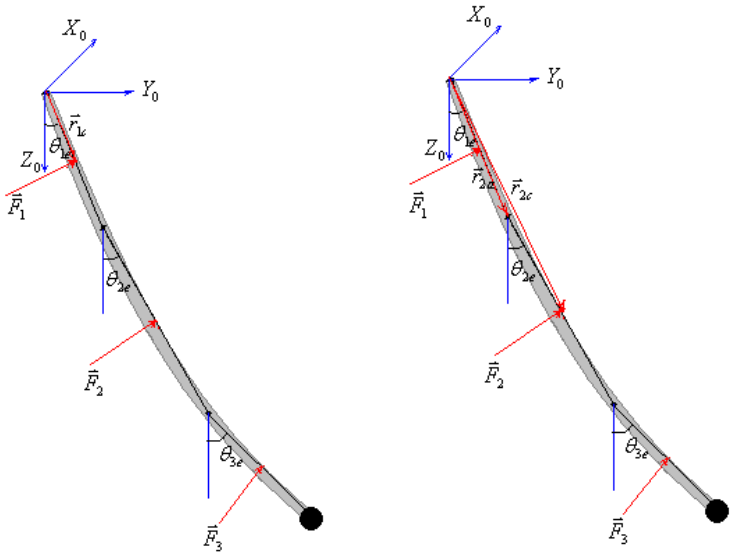


Figura 5 Representação dos vetores $\vec{r}_{1c}$, $\vec{r}_{2a}$ e $\vec{r}_{2c}$

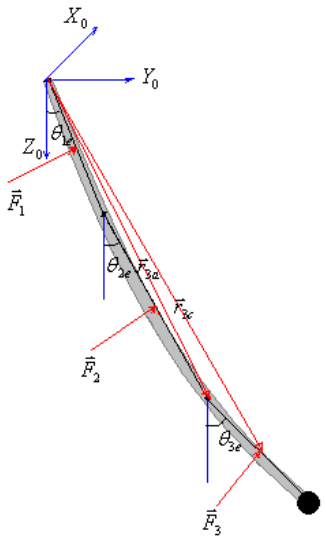


Figura 6 Representação dos vetores $\vec{r}_{3a}$ e $\vec{r}_{3c}$

A partir das equações (41), (42) e (43) obtém-se os torques em relação à x, y e z para cada elo do cabo. Os torques nas direções x, y e z, respectivamente, no primeiro elo são:

$$T_{1x} = \frac{F_{y1}\, l}{8}\cos\theta_{1e}$$
$$T_{1y} = -\frac{F_{x1}\, l}{8}\cos\theta_{1e} \qquad (47)$$
$$T_{1z} = \frac{F_{x1}\, l}{8}\sin\theta_{1e}\cos\theta_{1a} - \frac{F_{y1}\, l}{8}\sin\theta_{1e}\sin\theta_{1a}$$

no segundo elo são:

$$T_{2x} = \frac{F_{y2}\, l}{4}\cos\theta_{2e}$$
$$T_{2y} = -\frac{F_{x2}\, l}{4}\cos\theta_{2e} \qquad (48)$$
$$T_{2z} = \frac{F_{x2}\, l}{4}\sin\theta_{2e}\cos(\theta_{1a}+\theta_{2a}) - \frac{F_{y2}\, l}{4}\sin\theta_{2e}\sin(\theta_{1a}+\theta_{2a})$$

e no terceiro elo são:

$$T_{3x} = \frac{F_{y3}\, l}{8}\cos\theta_{3e}$$
$$T_{3y} = -\frac{F_{x3}\, l}{8}\cos\theta_{3e} \qquad (49)$$
$$T_{3z} = \frac{F_{x3}\, l}{8}\sin\theta_{3e}\cos(\theta_{1a}+\theta_{2a}+\theta_{3a}) - \frac{F_{y3}\, l}{8}\sin\theta_{3e}\sin(\theta_{1a}+\theta_{2a}+\theta_{3a})$$

O eixo sobre o qual atua o torque responsável pela elevação é perpendicular à projeção do elo no plano horizontal (reta que marca os ângulos de azimute) e, portanto, observando-se a Figura 7, pode-se concluir que os torques em elevação e em azimute são respectivamente:

$$\begin{aligned} T_{\theta e} &= T_x \cos\theta_a - T_y \sin\theta_a \\ T_{\theta a} &= T_z \end{aligned} \tag{50}$$

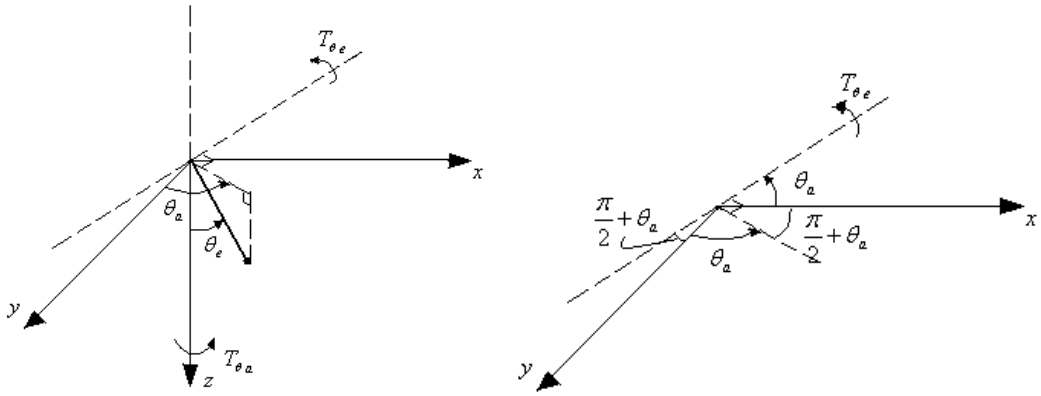


Figura 7 Representação espacial dos torques

Aplicando-se (50) para todos os elos obtém-se os torques em elevação e em azimute para o primeiro, segundo e terceiro elo, respectivamente, como:

$$\begin{aligned} T_{\theta 1e} &= T_{1x} \cos\theta_{1a} - T_{1y} \sin\theta_{1a} \\ T_{\theta 1a} &= T_{1z} \end{aligned} \tag{51}$$

$$\begin{aligned} T_{\theta 2e} &= T_{2x} \cos(\theta_{1a} + \theta_{2a}) - T_{2y} \sin(\theta_{1a} + \theta_{2a}) \\ T_{\theta 2a} &= T_{2z} \end{aligned} \tag{52}$$

$$\begin{aligned} T_{\theta 3e} &= T_{3x} \cos(\theta_{1a} + \theta_{2a} + \theta_{3a}) - T_{3y} \sin(\theta_{1a} + \theta_{2a} + \theta_{3a}) \\ T_{\theta 3a} &= T_{3z} \end{aligned} \tag{53}$$

Após a determinação dos torques, resolve-se o sistema (2), onde vetor $\vec{\Gamma}$ contém os torques em elevação e azimute, que são componentes do vetor $\vec{T}_m$ conforme em (7).

RESULTADOS

Nesta seção serão apresentadas algumas simulações com a dinâmica de cabos submersos na água em um escoamento permanente com número de Reynolds $\mathrm{Re} = 1000$ e velocidade na corrente livre $V_\infty = 3m/s$.

Considerou-se um cabo com 0.02m de diâmetro e 3.2m de comprimento, com uma extremidade fixa a um corpo sem movimento e outra extremidade livre, na qual se considera uma massa de 0.5kg, cujos parâmetros constantes elásticas e constantes de atrito são conhecidos.

As forças resultantes que atuam nos centros de massa de cada elo do cabo são decompostas nas direções *X* e *Y*, como em (35). As figuras 8 e 9 apresentam uma simulação das forças nas direções *X* (transversal ao escoamento) e *Y* (mesma direção do escoamento), considerando-se inicialmente o cabo perpendicular ao escoamento, com um passo de integração 0.0005s, num intervalo de tempo de 0 a 0.4s. Este passo de integração reduzido foi utilizado de forma a facilitar a convergência do processo analítico de obtenção das forças oriundas da interação do fluido com a estrutura. Observa-se que as forças na direção transversal ao escoamento apresentam oscilações e, portanto, devem provocar oscilações na estrutura flexível com freqüências de acordo com a imposta pelo número de Strouhal. Já as forças na direção do escoamento não apresentam oscilações significativas e são praticamente constantes.

A partir das forças nas direções *X* e Y, foram calculados os torques apresentados nas equações (51), (52) e (53), que entraram como componentes do vetor $\vec{T}_m$.

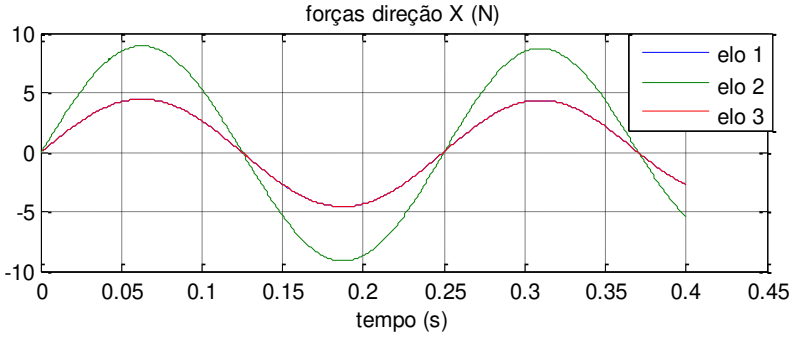


Figura 8 Forças na direção *X* (transversal ao escoamento).

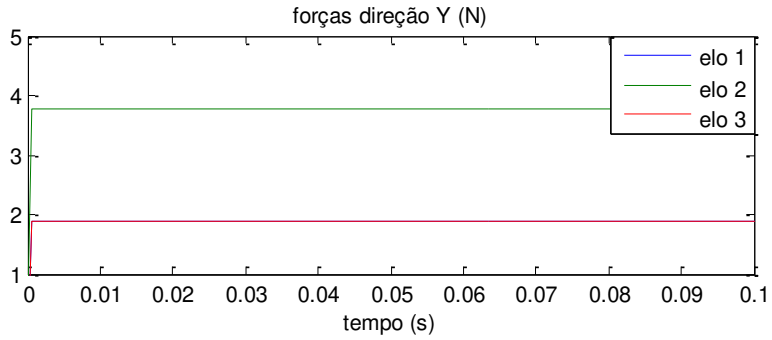


Figura 9 Forças na direção *Y* (mesma direção do escoamento).

As simulações apresentadas nas figuras (10) a (13) foram realizadas com o vetor de estado inicial $\vec{X} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$, com todas as coordenadas de posição e velocidade nulas e passo de integração 0.005*s*.

Após a obtenção analítica das forças, a dinâmica do cabo por ser mais lenta permite que se trabalhe com um passo de integração 0.005s. Este passo de integração equivale a se utilizar uma frequência de discretização de 200Hz, que é maior do que a maior frequência da dinâmica própria estrutural. As simulações foram realizadas com um tempo total de 24s, o suficiente para que a dinâmica do cabo se estabilize no estado estacionário final.

A figura 10 mostra a posição angular em elevação para cada elo, considerando-se o cabo submerso em água, submetido a um escoamento permanente nos primeiros 12*s*, sendo este fluxo desligado nos próximos 12*s*. Observa-se que os movimentos dos ângulos de elevação se estabilizam rapidamente fora da origem quando o cabo está sob o fluxo do fluido e na origem quando o fluxo de fluido é desligado. A figura 11 mostra a posição angular em azimute para cada elo, também com o cabo submerso em água e sob as mesmas condições do escoamento da figura 10. Verifica-se que os ângulos de azimute apresentam vibrações de alta freqüência em torno da origem quando o cabo está sob o fluxo do fluido, pois os ângulos de azimute sofrem perturbação em relação à força transversal ao escoamento. Estas vibrações se estabilizam quando o fluxo de fluido é desligado. A figura 12 apresenta os torques em elevação e a figura 13 os torques em azimute para cada elo. Os torques em azimute apresentam flutuações de mais alta frequência em razão das forças de natureza oscilatória que surgem na direção transversal ao escoamento.

Nas figuras 14 a 19 considera-se o escoamento permanente nos 24s, com os elementos do vetor de estado inicial todos nulos e com um passo de integração igual a 0.005s. A figura 14 mostra a posição em elevação em cada elo e observa-se que o regime permanente só se estabelece após aproximadamente 20*s* de simulação. A figura 15 mostra a posição angular em azimute em cada elo e neste caso aparecem vibrações de alta freqüência em relação aos ângulos de azimute causadas pela interação com o fluido. A figura 16 apresenta os torques em elevação para cada elo e a figura 17 mostra os torques em azimute para cada elo, onde novamente verificam-se oscilações de alta frequência, com amplitudes maiores para o segundo elo. As figuras 18 e 19 apresentam o movimento espacial da carga. Observa-se que a extremidade do cabo saiu da posição inicial ($x = 0,\ y = 0$ e $z = 3.2m$ (comprimento do cabo)), mas não se estabiliza em uma posição final, permanecendo sempre oscilando, pois neste caso o cabo está sob o escoamento durante todos os 24s de simulação.

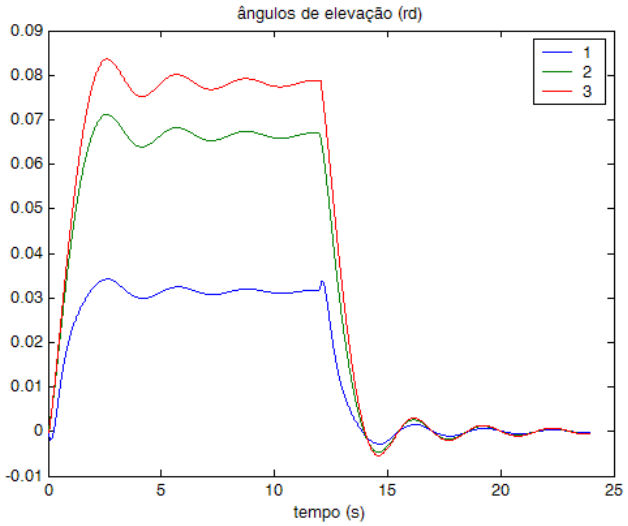


Figura 10 Posição angular em elevação para cada elo.

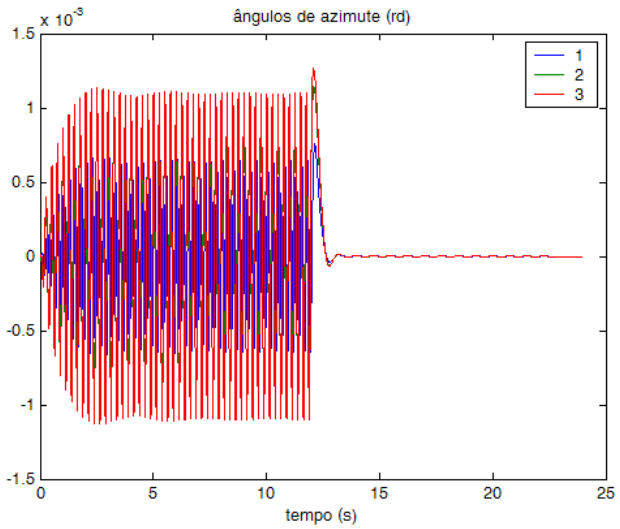


Figura 11 Posição angular em azimute para cada elo.

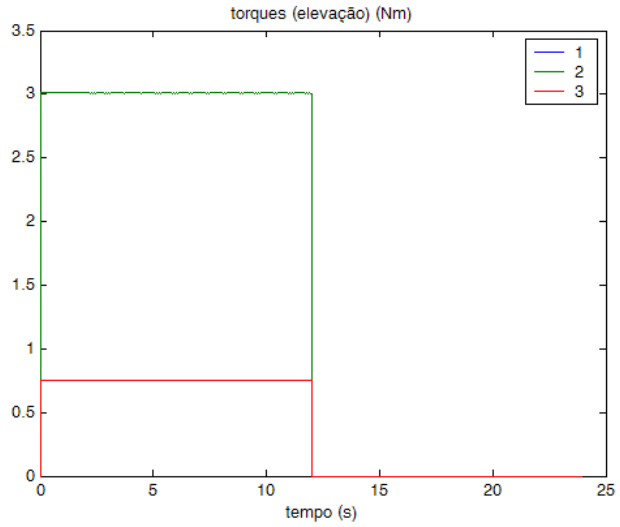


Figura 12 Torques em elevação para cada elo

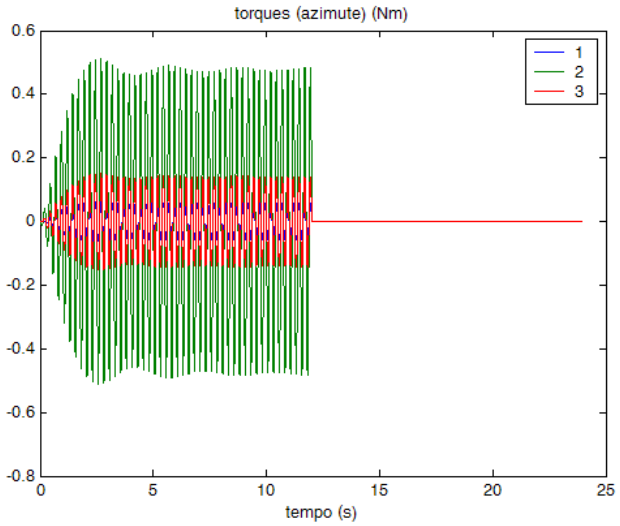


Figura 13 Torques em azimute para cada elo.

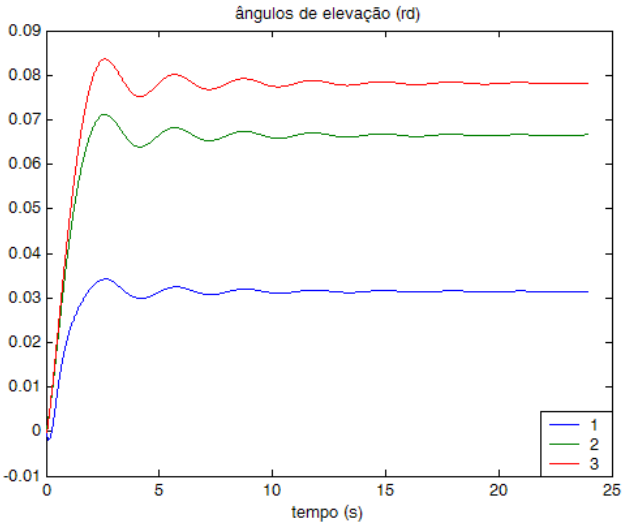


Figura 14 Posição angular em elevação para cada elo.

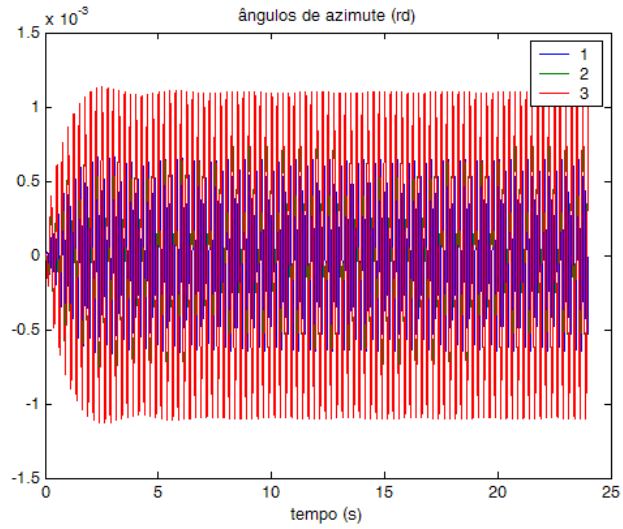


Figura 15 Posição angular em azimute para cada elo.

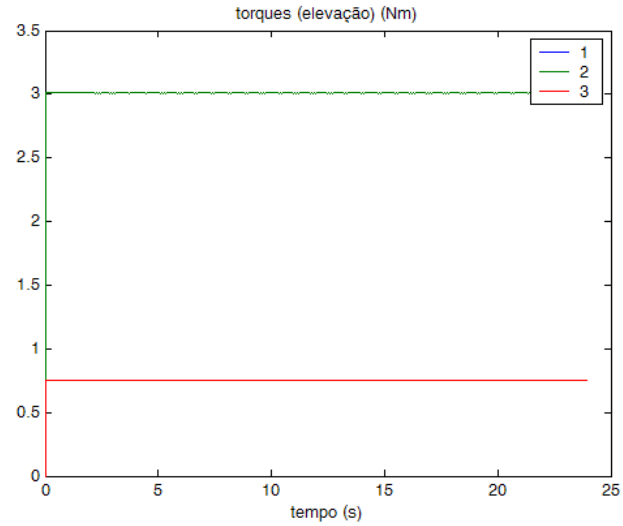


Figura 16 Torques em elevação para cada elo.

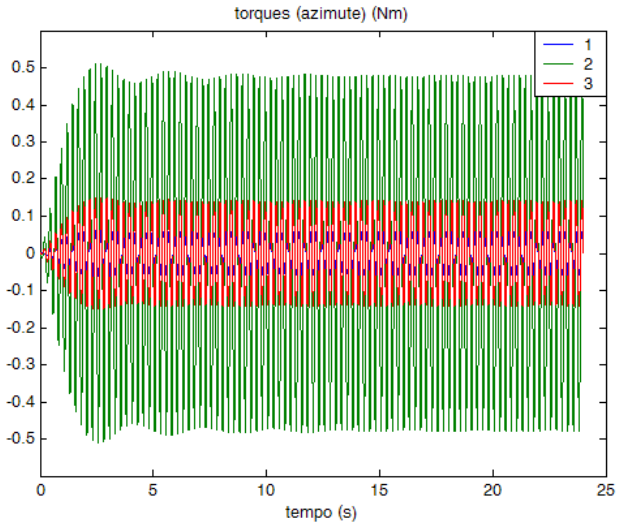


Figura 17 Torques em azimute para cada elo.

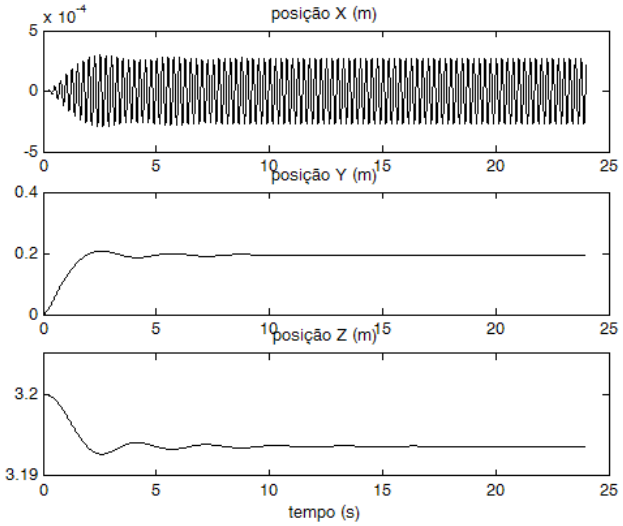


Figura 18 Posição da carga.

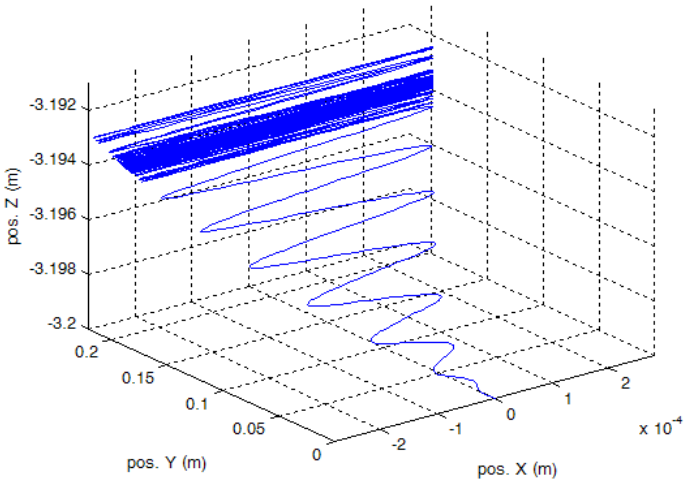


Figura 19 Movimento espacial da carga.

CONCLUSÕES

Neste trabalho o estudo da dinâmica do cabo foi realizado através do formalismo descrito por Pereira [28], cujo fundamento principal é supor que o cabo é formado por diversos elos rígidos conectados por articulações elásticas, possibilitando a obtenção automática do Lagrangeano do sistema a partir de uma única equação. No estudo do escoamento sobre o cabo flexível, considerou-se o cabo cilíndrico e o escoamento sobre um cilindro circular com eixo de simetria no eixo *oz,* onde as equações de Navier-Stokes foram resolvidas analiticamente, através do Método da Decomposição de Adomian, com as condições iniciais aproximadas pelo escoamento potencial em torno do cilindro. A interação entre fluido-estrutura foi investigada a partir do acoplamento da dinâmica do cabo com a solução do escoamento sobre o cilindro.

O modelo analítico para o escoamento sobre cilindro circulares, que consiste na solução analítica das equações de Navier-Stokes através do Método da Decomposição de Adomian foi apresentado. Uma importante vantagem deste método é que este não requer a discretização das variáveis, não sendo afetado pelos erros de arredondamento computacionais e, além disso, não enfrenta a necessidade de grande tempo de processamento e memória computacional. A aproximação da decomposição é feita diretamente sem o uso de suposições restritivas ou linearizações. Para o problema do escoamento sobre o cilindro circular, apresentado neste trabalho, os termos das séries que representam as componentes do vetor velocidade do fluido foram desenvolvidos no Maple12 e ficaram muito extensos, sendo por esta razão que não foi possível uma aproximação das séries com muitos termos. A partir das componentes do vetor velocidade do fluido determinou-se a pressão que o fluido exerce sobre o cilindro.

O problema da interação fluido-estrutura flexível foi investigado a partir do acoplamento da dinâmica do cabo com a solução do escoamento sobre o cilindro. Para este acoplamento obteve-se a força resultante que atua sobre cada elo do cabo com a integração analítica da diferença de pressão determinada a partir do Método de Adomian, em cada elemento de área do cilindro. Tendo as expressões para as forças resultantes em cada elo, forma calculados os torques em azimute e elevação sobre cada elo do cabo. Estes torques entraram na dinâmica do cabo como perturbações externas aos movimentos do mesmo. Foram apresentadas

algumas simulações importantes com o cabo submerso na água sob um escoamento com Re=1000, com as componentes do vetor de estado inicial todas nulas. Nestas simulações, primeiro considerou-se o escoamento permanente nos primeiros 12s e, depois, desligou-se o fluxo de fluido com o cabo ainda submerso; em segundo lugar considerou-se o escoamento permanente durante os 24s. Os resultados obtidos foram os esperados fisicamente.

Ainda não se dispõe de um aparato experimental para validar o modelo dinâmico. Pretende-se, como continuação da presente pesquisa, construir um experimento constituído de um cabo equipado com diversos sensores, de forma a identificar parâmetros e validar trabalhos de modelagem. Porém, foram atribuídos valores aos parâmetros de um modelo dinâmico e realizaram-se simulações, cujo objetivo foi mostrar que o formalismo de modelagem proposto apresenta resultados coerentes com o esperado para a dinâmica de cabos livres ou submersos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] ABBAOUI, K., et al. *A new formulation of Adomian method- Convergence result*. Kybernets, Vol. 30, No. 9/10, 2001, pp.1183-1191.

[2] ABBAOUI, K. and CHERRUAULT, Y., *The decomposition method applied to the Cauchy problem*, Kybernets, Vol 28, Nº1, 1999, pp 68-74.

[3] ADOMIAN, G., *Solving Frontier problems of physics. The Decomposition Method*, Kluwer, Boston, 1994.

[4] ADOMIAN, G. *Application of the Decomposition Method to the Navier-Stokes Equations*. Journal of Mathematical Analysis and Applications 119, 340-360 (1986).

[5] ALLAN, F. M. *Derivation of the Adomian decomposition method using the homotopy analysis method.* Applied Mathematics and Computation 190 (2007) 6-14.

[6] BABAJEE, D. K. R., DAUHOO, M. Z.,DARVISHI, M. T. and BARATI, A. *A note on the local convergence of iterative methods based on Adomian decomposition method and 3-node quadrature rule.* Applied Mathematics and Computation 200 (2008) 452-458.

[7] BABOLIAN, E. and BIAZAR, J. *On the order of convergence of Adomian method.* Applied Mathematics and Computation 130 (2002) 383-387.

[8] BASTO, M. J. F. *Adomian Decomposition Method, Nonlinear Equations and Spectral Solutions of Burgers Equation.* Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia do Porto para obtenção do grau de Doutor em Ciências da Engenharia, Porto, 2006.

[9] BECKERT, A. *Coupling fluid (CFD) and structural (FE) models using finite interpolation elements.* Aerosp. Sci. Technol. 4 (2000) 13-22.

[10] BEJAN, A., *Heat Transfer*, John Wiley & Sons, Inc., U.S.A., 1993.

[11] CHERRUAULT, Y., *Convergence of Adomian's method*, Kybernets, Vol. 18, Nº2, pp. 31-38, 1989.

[12] DAVIS, M., DEMETRIOU, M.A. and OLINGER, D.J. *Low Order Modelling of Freely Vibrating Flexible Cables.* Flow, Turbulence and Combustion, 71: 75-91, 2003.

[13] DE BORTOLI, A. L. *Aeroelastic analysis of panels in compressible flows.* Journal of Fluids and Structures 20 (2005) 189-195.

[14] DEHGHAN, M., *Application of the Adomian decomposition method for two-dimensional parabolic equation subject to nonstandard boundary specifications*. Applied Mathematics and Computation, 157 (2004) 549-560.

[15] DEHGHAN, M. and TATARI, M. *The use of Adomian Decomposition Method for solving problems in Calculus of Variations.* Mathematical Problems in Engineering. Volume 2006, Article ID 65379, Pages 1-12.

[16] HELAL, M.A. and MEHANNA, M.S. *The tanh method and Adomian decomposition method for solving the foam drainage equation.* Applied Mathematics and Computation 190 (2007) 599-609.

[17] HIMOUN, N., ABBAOUI, K. and CHERRUAULT, Y. *New results on Adomian method.* Kybernetes Vol.32 No. 4, 2003, pp. 523-539.

[18] KAYA, D. and INAN, I. *A numerical application of the decomposition method for the combined KdV-MKdV equation.* Applied Mathematics and Computation 168 (2005) 915-926.

[19] KAYA, D. and INAN, I. E. *A convergence analysis of the ADM and an application.* Applied Mathematics and Computation 161 (2005) 1015-1025.

[20] LESNIC, D. *Convergence of Adomian's Decomposition Method: Periodic Temperatures.* Computers and Mathematics with Applications 44 (2002) 13-24.

[21] LESNIC, D. *The decomposition method for forward and backward time-dependent problems.* Journal of Computational and Applied Mathematics 147 (2002) 27-39.

[22] MUSTAFA, INC, *Decomposition method for solving parabolic equations infinite domains*, Journal of Zhejiang University SCIENCE, 2005, 6A(10):1058-1064.

[23] NEWMAN, D.J. and KARNIADAKIS, G.E. *Simulations of flow over a flexible cable: A comparison of forced and flow-induced vibration.* Journal of Fluid Mechanics, (1996), 10: 439-453.

[24] NEWMAN, D.J. and KARNIADAKIS, G.E. *A direct numerical simulation study of flow past a freely vibrating cable.* Journal of Fluid Mechanics, (1997), 344: 95-136.

[25] NGARHASTA, N., SOME, B., ABBAOUI, K. and CHERRUAULT, Y., *New numerical study of Adomian method applied to a diffusion model*, Kybernets, Vol.31 Nº 1, 2002, pp. 61-75.

[26] OLIVEIRA, P.A, MACHADO, R.D. and HEEKE, M.B. *Análise estática não-linear de cabos utilizando o Método dos Elementos Finitos.* Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural, UnB, Brasília, 2002.

[27] OUEDRAOGO, R.Z., CHERRUAULT, Y. and ABBAOUI, K. *Convergence of Adomian's method applied to algebraic equations.* Kybernetes, Vol.29 No. 9/10, 2000, pp. 1298-1305.

[28] PEREIRA, A.E.L. *O Método da Decomposição de Adomian aplicado à Interação Fluido-Estrutura de um Cabo.* Tese de Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada, UFRGS, Porto Alegre, 2010.

[29] SOULI, M., OUAHSINE, A. and LEWIN, L. *ALE formulation for fluid-structure interaction problems.* Computer Methods Applied Mechanics and Engineering 190 (2000) 659-675.