MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS DE PROPAGAÇÃO DE ONDAS, DREAMS E EPE_CG APLICAÇÃO À MARINA DO LUGAR DE BAIXO

CONCEIÇÃO J. E. M. FORTES[1], J. LEONEL M. FERNANDES [2] e M. ANGELA VAZ DOS SANTOS [3]
[1]Laboratório Nacional de Engenharia Civil – LNEC, Lisboa, Portugal; Doutora em Engenharia Mecânica; jfortes@lnec.pt
[2]Departamento de Engenharia Mecânica - IST, Lisboa, Portugal; Doutor em Engenharia Mecânica; leonel@dem.ist.utl.pt
[3]Departamento de Engenharia Mecânica e Mecatrônica – FENG – PUCRS; Doutora em Engenharia Civil; mariaangela@pucrs.br

RESUMO

Descrevem-se dois modelos que resolvem a equação de declive suave, denominados DREAMS e EPE_CG. O modelo DREAMS utiliza a formulação clássica do método dos elementos finitos para resolver a equação de declive suave, o que leva à montagem da matriz global do sistema. O modelo EPE_CG utiliza uma formulação denominada elemento por elemento (EPE), para resolver aquela equação. Neste tipo de formulação EPE, não há a montagem da matriz global do sistema, o que traz grande economia nos requisitos de armazenamento. Ambos os modelos efetuam a refração e difração de ondas marítimas em zonas portuárias e são adequados quer para estudos de agitação, quer de ressonância em portos e zonas abrigadas. Os dois modelos numéricos são aplicados ao estudo de agitação no interior da marina do Lugar de Baixo, situada na costa sul da ilha da Madeira, em Portugal, para várias condições de onda incidente. De modo a avaliar as vantagens e desvantagens de cada um dos modelos na sua aplicação a zonas portuárias, os resultados de ambos os modelos numéricos são comparados em termos do tempo de CPU e memória necessária para as várias condições de teste.

PALAVRAS-CHAVE: Zonas portuárias e costeiras; propagação e deformação de ondas; refração-difração e reflexão de onda; método dos elementos finitos; formulação elemento por elemento.

1 – INTRODUÇÃO

Muitos dos principais processos associados à transformação de ondas em zonas costeiras podem ser descritos pela equação elíptica de declive suave (Berkhoff [1]), que tem em conta os efeitos combinados da refração, difração e reflexão de ondas marítimas propagando-se em fundos de inclinação suave, como os que ocorrem em portos, baías e zonas costeiras.

Há vários anos têm-se desenvolvido modelos matemáticos que resolvem essa equação, ou variantes desta, por diferentes metodologias numéricas (por exemplo, método dos elementos finitos, método das diferenças finitas) e se têm mostrado adequados à realização de estudos de agitação e ressonância em portos, marinas ou zonas costeiras em geral.

Um exemplo desse tipo de modelos é o DREAMS (Fortes [2]), o qual resolve a equação de declive suave pelo método dos elementos finitos, e o sistema de equações resultante é resolvido por uma variante do método direto de Crout aplicado a matrizes simétricas esparsas em *skyline*. Esse modelo, que já foi utilizado com êxito em várias situações, apresenta algumas limitações quando se aplica a grandes áreas costeiras.

Com efeito, nas diferentes aplicações desse modelo a zonas de diferentes profundidades, é necessário garantir um número mínimo de pontos (8 a 10 pontos) por comprimento de onda em todo o domínio, de modo a ter confiança nos resultados do modelo. Esse fato condiciona significativamente a aplicação do modelo a áreas muito extensas, isto é, em grandes zonas costeiras. Ora, principalmente nos estudos de agitação envolvendo períodos curtos, essa condição conduz a malhas de elementos finitos com um grande número de pontos, o que, conseqüentemente, exige grande esforço computacional (memória e tempo de cálculo) para a resolução do correspondente sistema de equações. O esforço computacional para resolução desses sistemas inviabiliza muitas vezes a análise do problema.

Para minimizar essa limitação do modelo e torná-lo mais eficaz do ponto de vista de redução da memória de computador usada, foi desenvolvido um modelo de elementos finitos, baseado numa formulação denominada elemento por elemento (EPE) (Hughes et al. [6]), que resolve a equação de declive suave (Berkhoff [1]). Esse modelo é uma extensão de outro modelo, também de elementos finitos (Vaz dos Santos et al. [10]; Macedo et al. [8]) que se baseia na equação de águas pouco profundas. Nesse tipo de formulação EPE, não há a montagem da matriz global do sistema, o que traz grande economia nos requisitos de armazenamento. O método para a solução do sistema de equações é uma versão com pré-condicionamento do método dos gradientes conjugados (MGC) (Hestenes e Stiefel [5]). O modelo assim construído foi aqui designado por modelo EPE_CG. Para acelerar a convergência do método iterativo, foram incorporados quatro pré-condicionadores.

Neste artigo, descrevem-se os dois modelos numéricos, nomeadamente a equação base e condições de fronteira de ambos e os métodos numéricos de resolução dos sistemas de equações resultante da aplicação das duas formulações numéricas. Os dois modelos foram aplicados ao estudo de agitação no interior da marina do Lugar de Baixo, situada na costa sul da ilha da Madeira, em Portugal, de modo a comparar as soluções encontradas. Analisa-se o comportamento e a eficácia da formulação EPE, do método iterativo e dos pré-condicionadores utilizados face ao método direto, por meio da comparação do tempo de CPU e memória necessária aos cálculos. Desse modo, avaliam-se as vantagens e desvantagens de cada um dos modelos na sua aplicação a zonas portuárias. Efetuam-se ainda alguns cálculos suplementares para avaliar a eficácia dos pré-condicionadores implementados no modelo EPE_CG.

2 – MODELOS NUMÉRICOS DREAMS e EPE_CG

2.1 – Equação de declive suave

Os modelos numéricos DREAMS e EPE_CG resolvem a equação de declive suave utilizando o método dos elementos finitos. A equação base do modelo e as correspondentes condições de fronteira são dadas por:

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(cc_g \frac{\partial \eta}{\partial x_j} \right) + k^2 cc_g \eta = 0,\ (j = 1,2) \text{ in V} \tag{1}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial n} - ik\eta = f, \text{in } S_1, \tag{2}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial n} = ik\alpha_{abs} \text{H, in } S_2. \tag{3}$$

em que η é a elevação da superfície livre, *c* é a velocidade de fase, c_g é a velocidade de grupo, *k* o número de onda, f é um valor determinado em função das características da onda incidente (considerando a condição de fronteira de geração radiação na fronteira aberta S_1) e α_{abs} um coeficiente de absorção em fronteiras sólidas S_2; x_j ($j=1,2$) são as coordenadas em relação a um referencial, *n* é a coordenada na direção normal às fronteiras S_1 e S_2. *V* é o domínio a estudar.

Essa equação permite descrever os efeitos combinados da refração, da difração e reflexão de ondas lineares harmônicas propagando-se em fundos de inclinação suave, como os que ocorrem em portos, baías e zonas costeiras.

2.2 – Aplicação do método dos elementos finitos

O método dos elementos finitos (MEF) é usado para resolver a equação de declive suave com as condições de fronteira dadas. Esse método é baseado na aplicação da formulação fraca à equação de declive suave. A formulação fraca é obtida primeiramente por meio da ponderação, no domínio V, do resíduo da equação e das condições de fronteira por uma função peso, W(x,y), e posteriormente pela integração do resíduo no domínio. A aplicação do método de Galerkin à equação anterior conduz, após alguns passos intermédios, ao seguinte sistema de equações ao nível de cada elemento:

$$\left[K^{(e)} - k^2 cc_g M^{(e)}\right]\eta^{(e)} = F^{(e)} \tag{4}$$

em que

$$K^{(e)} = \int_V cc_g \frac{\partial N^T}{\partial x_j}\frac{\partial N}{\partial x_j} dV,\ (j = 1,2) \tag{5}$$

$$M^{(e)} = \int_V N^T N.dV \tag{6}$$

$$F^{(e)} = \int_{S_1} N^T \left(N f^{(e)}\right) dS - ik \int_{S_2} \alpha_{abs} N^T N dS \tag{7}$$

em que $N_i = N_i(x_1, x_2)$ são funções de forma, $\eta_i^{(e)}$ são os valores das incógnitas em cada nó *i* do elemento *e*. Nas Eqs. (5) a (7), N^T é a transposta do vetor N.

2.3 – Resolução do sistema de equações

2.3.1 – Modelo DREAMS

No modelo DREAMS, o sistema de equações global é obtido explicitamente por meio da adição de todas as contribuições ao nível do elemento, Eq. (4), i. e., é construída uma matriz global somando as contribuições de cada elemento. Para a resolução desse sistema de equações, é utilizado o método direto (variante do método de Crout) baseado na fatorização LDL^t com armazenamento em *skyline* para matrizes simétricas (Fernandes; Fortes [3]). Esse procedimento exige grande esforço computacional (memória e tempo de cálculo), o que torna muito limitativa a aplicação desse modelo a grandes áreas costeiras.

2.3.2 – Modelo EPE_CG – Formulação elemento a elemento

No caso do modelo EPE_CG, o sistema Eq. (4) pode ser escrito da seguinte forma:

$$A^{(e)}\eta^{(e)} = F^{(e)}, \tag{8}$$

em que

$$A^{(e)} = K^{(e)} - k^2 cc_g M^{(e)}. \tag{9}$$

Nesse tipo de formulação, designada por formulação elemento por elemento (EPE), não se verifica a montagem da matriz global do sistema. Durante todo o processo de solução trabalha-se com as matrizes de cada elemento armazenadas num vetor. Desse modo, as posições que na matriz global seriam ocupadas por valores nulos são economizadas. Isso significa que a quantidade de memória necessária é proporcional ao número de elementos. Desse modo, a memória de armazenamento cresce linearmente com o número de equações, N. Isso contrasta com o que acontece no caso do armazenamento em *skyline* da matriz que cresce aproximadamente com $N^{3/2}$. Para problemas de grande dimensão, quando a memória computacional é limitada, o armazenamento em *skyline* torna-se proibitivo. Por outro lado, a utilização excessiva de memória virtual torna os programas muito lentos.

A formulação EPE é mais adequada se o sistema de equações for resolvido por um método iterativo, pois com os métodos diretos é necessário montar a matriz de rigidez global. No caso do método iterativo, só é necessário um produto vetor-matriz mais a resolução de um sistema mais simples em cada iteração.

Os coeficientes fora da diagonal da matriz complexa simétrica do elemento são armazenados num vetor, enquanto os seus coeficientes diagonais são assemblados e guardados numa matriz (*array*) diagonal global. Para um elemento triangular de matriz simétrica, apenas três elementos fora da diagonal são armazenados por triângulo. Isso conduz a uma importante economia no armazenamento dos coeficientes da matriz. Para uma malha triangular, apenas é necessário guardar três vezes o número de elementos mais um número igual ao de equações (para guardar a diagonal). Como o número de triângulos é aproximadamente o dobro do número de equações, N, a memória total para guardar a matriz simétrica é de sete vezes o número de equações (7N).

Na implementação da formulação EPE com pré-condicionamento, há que ter em conta os seguintes aspectos: o produto matriz-vetor e a construção da matriz pré-condicionada.

- O produto matriz-vetor é calculado somando-se a contribuição dos coeficientes fora da diagonal dos elementos à contribuição da multiplicação pela matriz diagonal;
- O pré-condicionamento consiste em implicitamente modificar o sistema de equações original de tal modo que o sistema fique melhor condicionado e dessa forma o processo iterativo convirja mais rapidamente. O pré-condicionamento implícito requer a solução de um sistema auxiliar em cada iteração, no qual a matriz de pré-condicionamento é uma aproximação da matriz original do sistema A. Esse sistema deve ser de mais fácil resolução do que o original, como é óbvio.

No presente modelo EPE_CG, para a resolução do sistema de equações, Eq. (8), é utilizado o método iterativo dos gradientes conjugados (Hestenes; Stiefel [5]). Esse método iterativo é associado a diferentes técnicas de pré-condicionamento:

- Pré-condicionamento diagonal $A^{-1} \approx I$ (matriz diagonal) **-** Método EPE_CG_I
- Pré-condicionamento tipo $A^{-1} \approx (I + \omega U)\,(I + \omega L)$ - Método EPE_CG_II, em que ω=1 é um valor típico (Hurdle *et al*. [7]);
- Pré-condicionamento tipo $A^{-1} \approx (I + \omega_1 U)\,(I + \omega_2 LU)\,(I + \omega_1 L)$ - Método EPE_CG_III, em que os parâmetros ω_1 e ω_2 são especificados pelo utilizador. As gamas típicas de valores destes parâmetros variam entre $\omega_1 = 1.2 - 1.4$ e $\omega_2 = 1.8 - 2.0$;
- Pré-condicionamento polinomial por série de Neumann truncada $A^{-1} \approx I + B + B^2 + ... + B^{nt}$ - Método EPE_CG_IV. O valor de nt (número de termos-1) deve ser inferior a 10 e tipicamente, 2 <_ nt <_ 5.

2.4 – Dados e resultados dos modelos

Os dados a fornecer aos modelos são: as características da agitação incidente (período e direção da onda); os coeficientes de reflexão em cada troço da fronteira do domínio de cálculo, e as características da malha de elementos finitos, com que foi discretizado o domínio em estudo.

As condições de fronteira implementadas no modelo são as condições de radiação, que permitem a saída de perturbações geradas no domínio no sentido de propagação para o infinito, as condições de geração e radiação combinadas, como as relativas a fronteiras abertas e que permitem a entrada da agitação incidente e a saída das perturbações geradas no domínio e as condições de reflexão (total ou parcial), referentes aos

contornos sólidos da zona em estudo (praias, falésias, molhes, entre outros).

Os modelos calculam índices de agitação (H/H_o, relação entre a altura de onda no ponto do domínio de cálculo, H, e a altura de onda à entrada do domínio de cálculo, H_o) ou coeficientes de amplificação e direções de propagação da onda. O campo de velocidades horizontais à superfície livre e as cristas das ondas constituem resultados opcionais.

Como limitações dos modelos, salientam-se:

- Os modelos não têm em conta os efeitos da dissipação de energia por rebentação e atrito de fundo, os efeitos das correntes na propagação das ondas ou os galgamentos sobre estruturas portuárias;
- Os modelos são lineares pelo que não têm em conta efeitos não-lineares, como por exemplo, a interação de ondas e correntes, a interação de ondas devido à topografia do fundo, a transferência de energia entre componentes de onda e a geração de componentes de baixa freqüência induzidas por grupos de ondas curtas;
- Os modelos efetuam a propagação de ondas regulares e unidirecionais, não tendo por isso em conta os efeitos da dispersão em freqüência e em direção, presentes na agitação real;
- A aplicação dos modelos está condicionada a fundos de declive suave, ou seja, até 1:3.

É de salientar que, na construção da malha de elementos finitos, para garantir a precisão da solução, é necessário um número mínimo de pontos (8 a 10 pontos) por comprimento de onda em todo o domínio, o que condiciona significativamente a aplicação do modelo DREAMS a áreas muito extensas. Com efeito, principalmente nos estudos de agitação envolvendo períodos curtos, essa condição conduz a malhas de elementos finitos com um grande número de pontos. Como em DREAMS é montada a matriz global do sistema, é necessário uma grande memória de armazenamento e esforço computacional para esse efeito. Isso coloca sérias restrições à aplicação do modelo a zonas muito extensas.

Em contrapartida, no modelo EPE_CG, baseado na formulação elemento por elemento, não é necessário montar a matriz global do sistema, o que se traduz numa redução efetiva da memória necessária aos cálculos. Esse modelo torna-se assim mais vantajoso em estudos de agitação marítima em zonas de grande extensão.

3 – O CASO DE APLICAÇÃO – MARINA DO LUGAR DE BAIXO

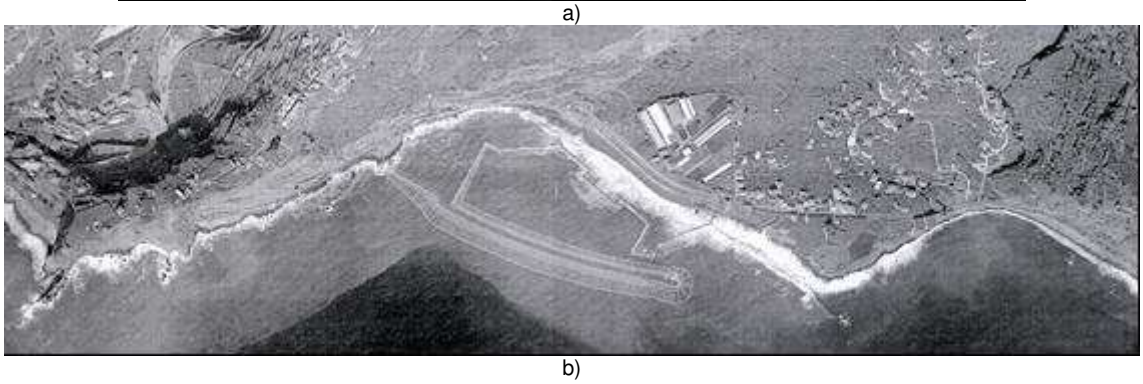
O Lugar de Baixo situa-se na costa sul da ilha da Madeira, em Portugal, entre as localidades de Ponta do Sol e Ribeira Brava (FIGURA 1) . A marina do Lugar de Baixo será construída para fins recreativos (FIGURA 2).



FIGURA 1 – Ilha da Madeira



a)



b)

FIGURA 2 – a) Lugar de Baixo. b) Localização da marina do Lugar de Baixo. Fotografia aérea da autoria da Ponta do Oeste, S. A.

Na FIGURA 3 apresenta-se o esquema da marina do Lugar de Baixo proposto pela empresa projetista WW e a batimetia da zona marítima adjacente à marina.

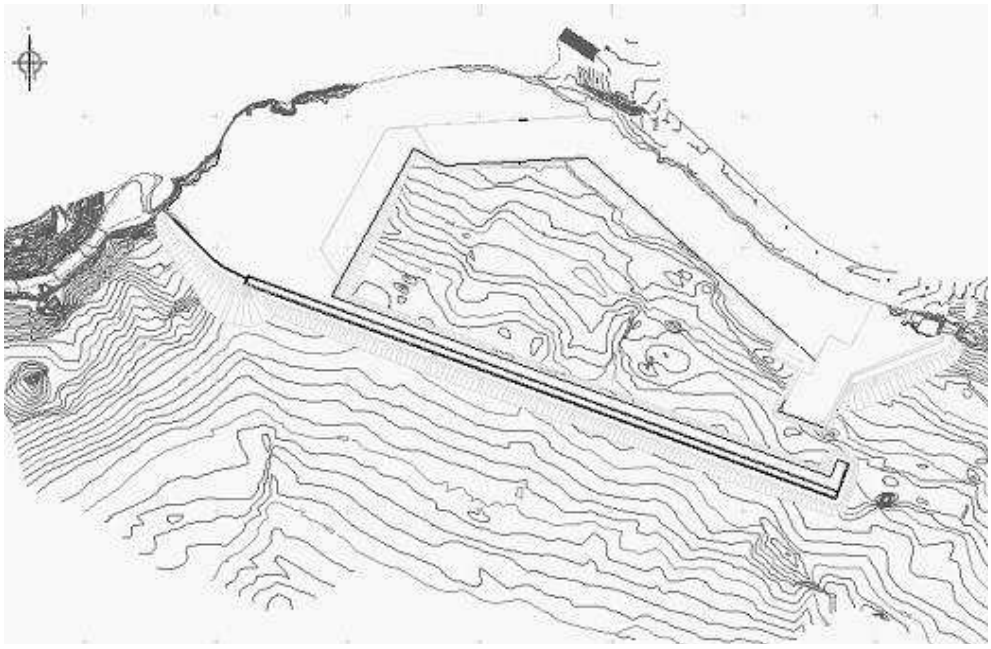


FIGURA 3 – Esquema da Marina do Lugar de Baixo. Batimetria.

Fortes et al. [4] efetuaram um estudo de propagação de ondas curtas com o modelo DREAMS, a fim de avaliar o abrigo proporcionado pela marina à agitação incidente. Foram testadas diferentes condições de agitação incidente, i. e., ondas de período entre 6 s e 14 s e direções de onda entre SW e SE e dois níveis de maré.

Neste artigo, reproduzem-se apenas seis das condições de agitação incidente, com os modelos numéricos DREAMS e EPE_CG, de modo a avaliar as principais vantagens e desvantagens de cada modelo. São assim contabilizados os tempos de CPU e a memória necessária aos cálculos em cada modelo. Avalia-se também para o modelo EPE_CG, a eficácia, quer do método iterativo, quer das técnicas de pré-condicionamento implementadas.

Os cálculos foram efetuados numa estação de trabalho cujas características são: DIGITAL Alpha 21264 a 600 MHZ, memória L2=4 MB (SPECfp20000=411).

3.1 – Condições de cálculo

Os cálculos de agitação foram realizados para um nível médio anual de maré, à cota +2.55 m (Z.H.), direções de onda à entrada do domínio de SW a SE e períodos de onda de 6 s e 14 s. Como se trata de modelos lineares, o valor da altura de onda incidente à entrada da zona de cálculo considerado em todos os cálculos foi de 1 m.

A FIGURA 4 apresenta a batimetria e o domínio de cálculo utilizada pelos modelos DREAMS e EPE_CG. Esse domínio de cálculo foi discretizado por uma malha de elementos finitos cujo espaçamento em x e em y é aproximadamente igual a 2.0 m, o que conduziu a 79034 nós e 156416 elementos. Para os períodos considerados, o número de pontos por comprimento de onda na zona de menor profundidade é de 12.

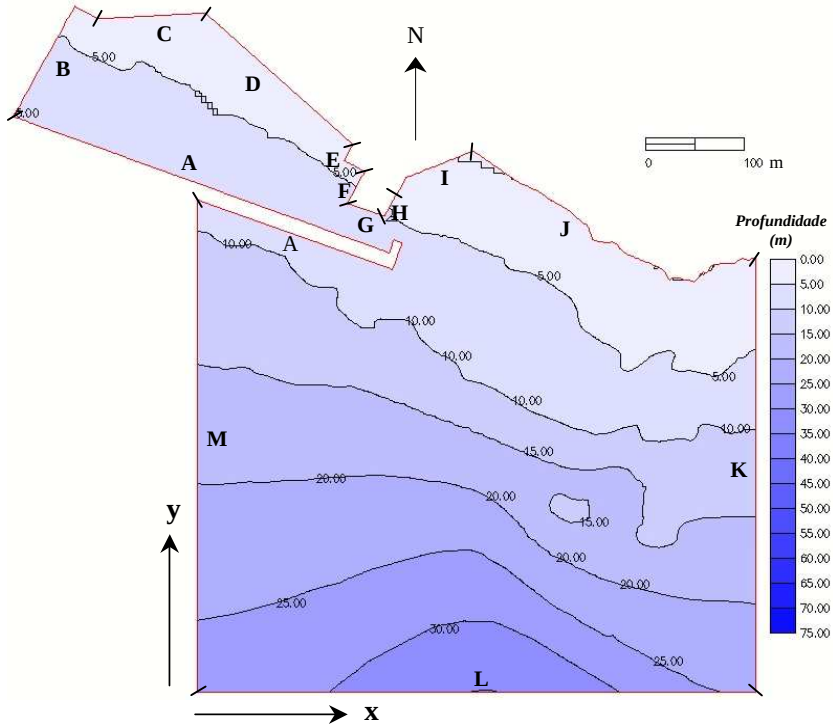


FIGURA 4 – Marina do Lugar de Baixo. Batimetria e domínio de cálculo dos modelos DREAMS e EPE_CG

Nos cálculos efetuados com ambos os modelos numéricos, houve que estabelecer condições de fronteira nos vários troços que constituem a fronteira do domínio. Na FIGURA 4 indicam-se os troços (em que cada troço é o conjunto de trechos com características semelhantes) que constituem as fronteiras da marina do Lugar de Baixo (fronteiras A a M).

As condições de fronteira impostas nos troços K, L e M (troços de entrada ou saída da agitação) variaram consoante a direção da onda incidente. Assim, para ondas de direção de SW e S, impuseram-se condições de geração-radiação nos troços L e M e de radiação no troço K. Para o caso da direção de SE impuseram-se condições de geração-radiação nos troços K e L e de radiação no troço M.

Quanto aos restantes troços, A a J, para as várias direções de incidência da onda impuseram-se condições de reflexão parcial. Os respectivos coeficientes de reflexão foram determinados com base nas características de cada troço (tais como a porosidade, diâmetro do material, D50, o declive do talude e a profundidade no pé do talude) e em cada local, a partir das características da onda, por meio do procedimento descrito em Seelig e Ahrens [9].

Na secção 0, nos cálculos efetuados com o modelo EPE_CG foi adotado o pré-condicionamento diagonal.

3.2 – Apresentação e análise de resultados

Para as condições de cálculo referidas, efetuaram-se cálculos com os modelos DREAMS e EPE_CG e obtiveram-se os valores dos índices de agitação em todo o domínio em estudo. Apresentam-se da FIGURA 5 a FIGURA 13 os diagramas de isolinhas de índices de agitação, obtidos com o modelo EPE_CG, para ondas incidentes de período de 6 s, 10 s e 14 s e direções entre SW e SE, no domínio de estudo e numa zona pormenorizada correspondente ao interior da marina.

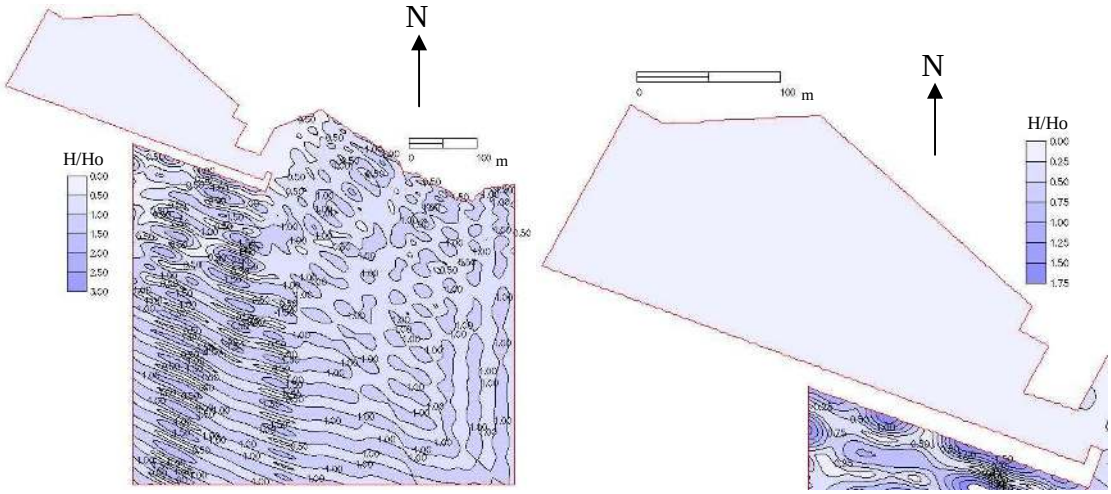


FIGURA 5 – Índices de agitação. Cálculos efetuados com o modelo EPE_CG, para uma onda incidente de período T=6 s e direção de SW

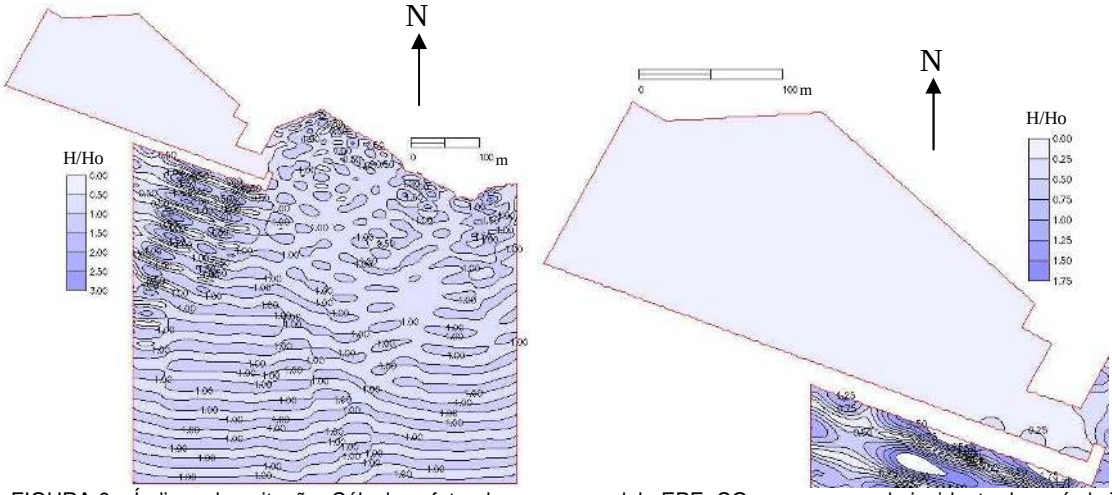


FIGURA 6 – Índices de agitação. Cálculos efetuados com o modelo EPE_CG, para uma onda incidente de período T=6 s e direção de S

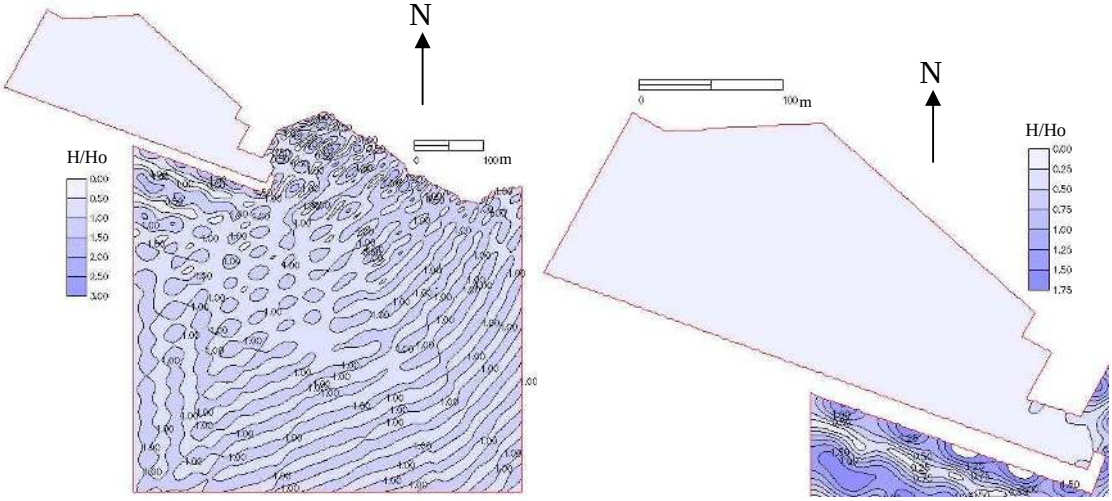


FIGURA 7 – Índices de agitação. Cálculos efetuados com o modelo EPE_CG, para uma onda incidente de período T=6 s e direção de SE

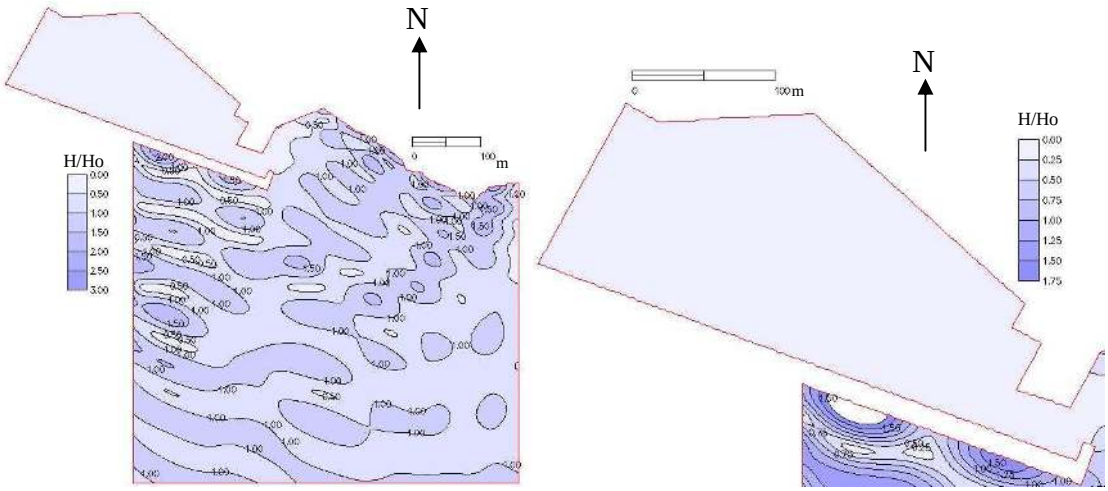


FIGURA 8 – Índices de agitação. Cálculos efetuados com o modelo EPE_CG, para uma onda incidente de período T=10 s e direção de SW

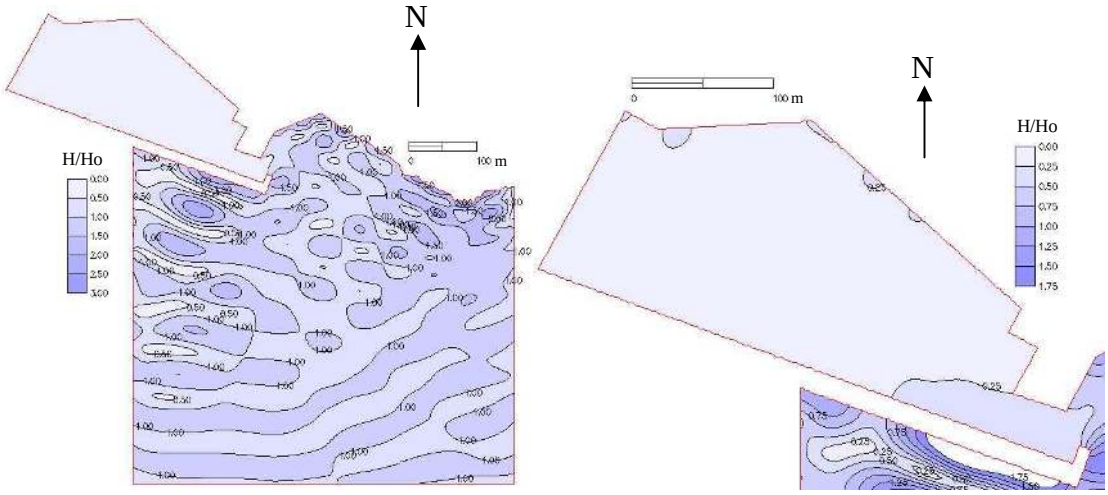


FIGURA 9 – Índices de agitação. Cálculos efetuados com o modelo EPE_CG, para uma onda incidente de período T=10 s e direção de S

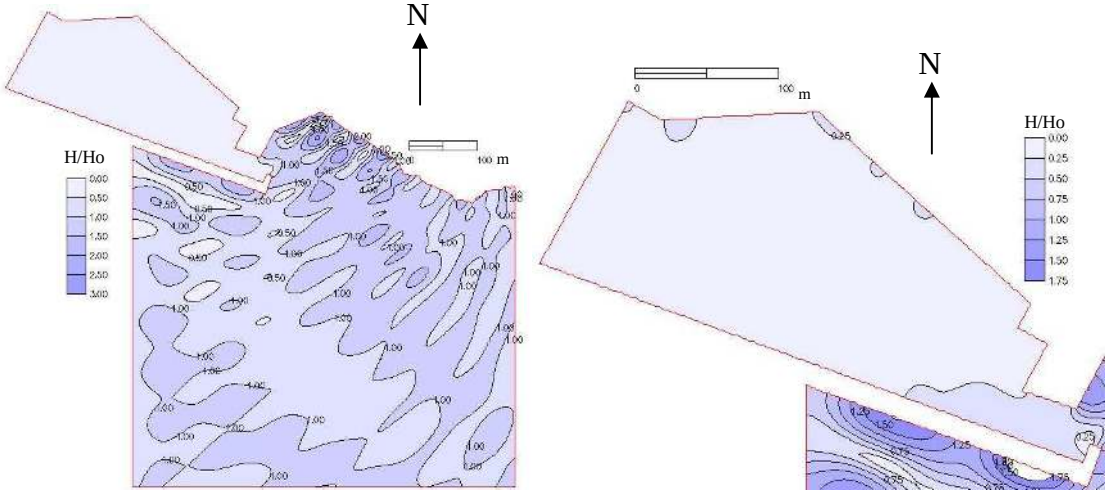


FIGURA 10 – Índices de agitação. Cálculos efetuados com o modelo EPE_CG, para uma onda incidente de período T=10 s e direção de SE

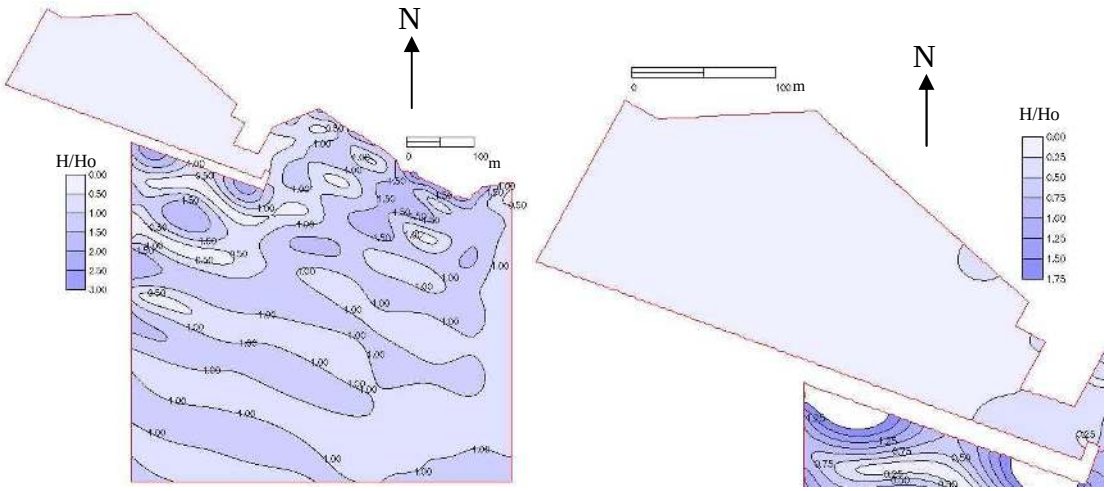


FIGURA 11 – Índices de agitação. Cálculos efetuados com o modelo EPE_CG, para uma onda incidente de período T=14 s e direção de SW

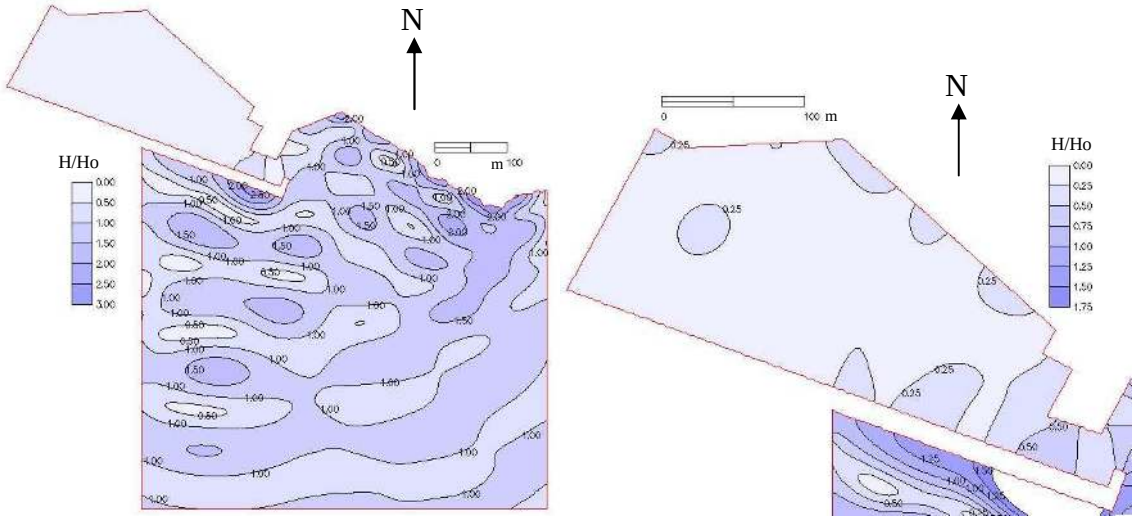


FIGURA 12 – Índices de agitação. Cálculos efetuados com o modelo EPE_CG, para uma onda incidente de período T=14 s e direção de S

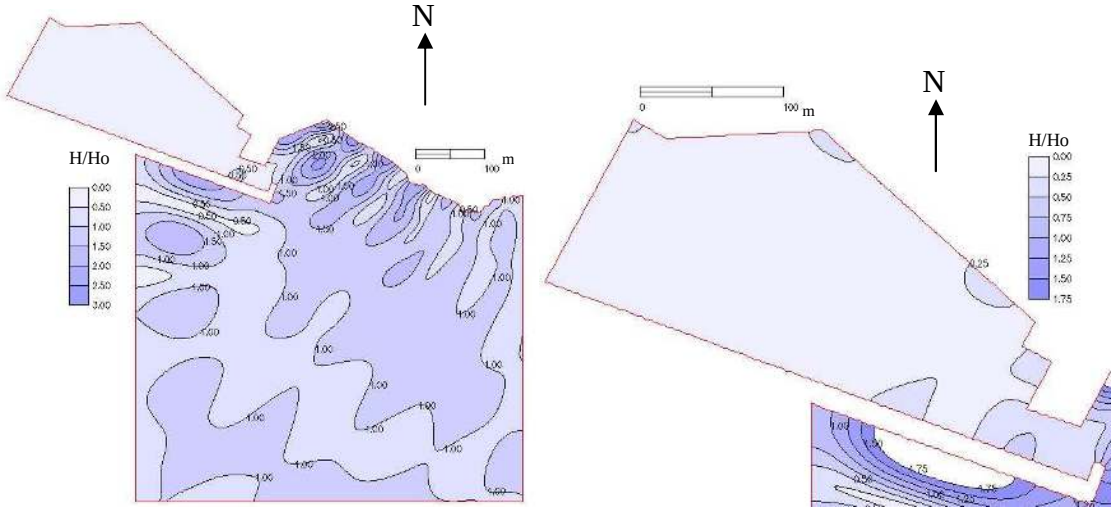


FIGURA 13 – Índices de agitação. Cálculos efetuados com o modelo EPE_CG, para uma onda incidente de período T=14 s e direção de SE

É de salientar que os resultados obtidos com o modelo DREAMS foram praticamente idênticos aos do modelo EPE_CG, como se pode observar dos pequenos valores das diferenças entre as soluções de DREAMS e de EPE_CG, que constam no QUADRO 1.

Das figuras acima, observa-se significativa redução da agitação marítima à medida que a onda se propaga do exterior para o interior da marina. Os valores mais elevados de índices de agitação ocorrem à entrada da marina, pois esta é a zona mais exposta à agitação incidente e existem ainda grandes reflexões provocadas pelas estruturas físicas de proteção da marina. Verifica-se ainda que, para o mesmo período, com a rotação da direção de SW para S, há maior penetração da agitação marítima para o interior da marina. Quando a agitação roda de S para SE, verifica-se ligeira diminuição da agitação na zona de entrada e no interior da marina, principalmente no caso do período de 14 s. Para os outros períodos, não é tão nítida essa tendência.

As direções de S e SE conduziram a maior agitação no interior da marina (principalmente para os períodos de 10 s e 14 s), mas essa agitação é sempre inferior à que se verifica na zona de entrada e, é claro, à zona exterior do porto.

Em geral, no interior da marina o valor máximo de H/Ho não excede 0.5 e a maioria dos valores encontram-se abaixo de 0.25. Relativamente aos períodos das ondas, verifica-se que ocorre maior penetração da agitação à medida que o período aumenta.

No QUADRO 1 apresentam-se os valores da memória necessária aos cálculos, do tempo de CPU e da diferença entre as duas soluções correspondentes aos modelos EPE_CG e DREAMS, para os três períodos de onda e três direções da onda testados. Apresenta-se também o número de iterações associado ao modelo EPE_CG.

QUADRO 1 – Memória, tempo de CPU e diferença entre as soluções dos modelos DREAMS e EPE_CG (pré-condicionamento diagonal). Número de iterações de EPE_CG.

Direção	T (s)	Método direto		Método iterativo			Diferença
		Memória	CPU (s)	Memória	N. Iterações	CPU (s)	
SW	6	19 895 402	39	1 101 520	1191	95	$0.108*10^{-4}$
	10		39		1573	125	$0.339*10^{-5}$
	14		39		1142	91	$0.641*10^{-3}$
S	6		39		966	76	$0.133*10^{-3}$
	10		39		1098	87	$0.255*10^{-3}$
	14		39		1425	113	$0.331*10^{-4}$
SE	6		39		1203	96	$0.519*10^{-4}$
	10		39		1111	88	$0.190*10^{-3}$
	14		39		1373	110	$0.123*10^{-3}$

Como se pode facilmente constatar, o tempo de CPU associado ao método direto é inferior (cerca de metade) ao do método iterativo. O tempo de CPU do método iterativo é sempre superior a 76 s e varia consoante o período da onda. Em contrapartida, a memória associada ao método direto foi de 19 895 402 complexos de dupla precisão, enquanto o método iterativo requer apenas 1 101 520, nesses testes efetuados. Trata-se de uma enorme vantagem do modelo EPE_CG, porque permite a aplicação do modelo a muito maiores áreas costeiras relativamente às associadas a DREAMS, dada a reduzida memória de que necessita.

3.3 – Análise da eficácia dos pré-condicionadores do modelo EPE_CG

Para avaliar a eficácia dos pré-condicionadores implementados, o modelo EPE_CG foi aplicado para uma onda incidente de período 14 s e direção de SE. Determinaram-se o tempo de CPU, o número de iterações e o número equivalente de multiplicações matriz-vector, MVM, correspondente a cada pré-condicionador e a cada um dos parâmetros associados (QUADRO 2). Dessa forma, avaliou-se a eficácia dos pré-condicionadores utilizados.

QUADRO 2 – Iterações, MVM e tempo de CPU necessários aos cálculos com o modelo EPE_CG, considerando diferentes pré-condicionamentos e valores dos parâmetros associados

Método	Parametros				N. Iter.	MVM	CPU (s)
	ω	ω_1	ω_2	nt			
I	-	-	-	-	1373	1374	109.1
II	1.0	-	-	-	737	1476	146.6
II	1.1	-	-	-	763	1528	158.4
II	1.2	-	-	-	720	1442	150.4
II	1.3	-	-	-	955	1912	197.7
II	1.4				1068	2138	220.2
II	1.5	-	-	-	1057	2116	219.9
II	1.6	-	-	-	1038	2078	214.9
II	1.7	-	-	-	1035	2072	214.4
II	1.8				1183	2368	246.5
II	1.9				1221	2444	314.7
II	2.0	-	-	-	N/C	N/C	-
III	-	1.2	1.8	-	766	2301	260.0
III	-	1.3	1.8	-	699	2100	219.5
III	-	1.4	1.8	-	805	2418	252.6
III	-	1.2	1.9	-	738	2217	232.1
III	-	1.3	1.9	-	733	2202	230.8
III	-	1.4	1.9	-	769	2310	241.5
III		1.2	2.0		738	2217	231.8
III		1.3	2.0		699	2100	220.0
III		1.4	2.0		727	2184	228.2
IV	-	-	-	1	1064	2130	144.8
IV	-	-	-	2	793	2382	153.4
IV				4	646	3235	200.1
IV				6	571	4004	241.3
IV	-	-	-	8	509	4590	273.6
IV	-	-	-	10	452	4983	295.8

Do QUADRO 2, verifica-se que para todos os pré-condicionamentos (excepto o II, com ω = 2.0) o método iterativo é convergente. Os tempos de CPU associados a qualquer destes pré-condicionadores são superiores ao do método directo (39 s). Os pré-condicionadores mais eficientes em termos de CPU são o diagonal seguido dos pré-condicionadores IV (nt=1) e II (ω=1). O pré-condicionador que conduziu a menor número de iterações foi o IV (com nt=10) mas à custa de maior trabalho por iteração.

É de notar que os tempos de CPU associados aos pré-condicionadores diagonal, II (ω= 1.0 a 1.2) e IV (nt = 1.0 ou 2.0) são da mesma ordem de grandeza. Estes tempos são cerca de 50% inferiores ao do pré-condicionador III com ω_1=1.3, ω_2=1.8. Os outros pré-condicionadores ainda são piores.

4 – CONCLUSÕES

Neste artigo, descreveram-se dois modelos, DREAMS e EPE_CG para estudos de agitação em zonas portuárias e abrigadas que utilizam diferentes metodologias para resolver a equação de declive suave. O modelo DREAMS é baseado na formulação clássica do método dos elementos finitos, enquanto o modelo EPE_CG utiliza uma formulação elemento por elemento. Os modelos foram aplicados no estudo da penetração da agitação marítima na marina do Lugar de Baixo.

Em geral, verificou-se que os resultados dos dois modelos eram muito semelhantes. Verificou-se que a zona interior da marina do Lugar de Baixo se encontra, em geral, protegida da agitação incidente proveniente dos rumos de SW a SE. Com efeito, os valores de H/Ho sofrem significativa redução à medida que a onda se

propaga para o interior da marina. Essa redução é mais significativa para a direção de SW do que para as direções de S e de SE. Para todos os casos de teste, o valor máximo não excede 0.5, e em geral os valores se encontram abaixo de 0.25 no interior da marina. À medida que o período da onda aumenta, verifica-se maior penetração da agitação no interior da marina, especialmente na zona de entrada da marina.

Relativamente ao desempenho dos modelos, verifica-se que o modelo EPE-PCG, considerando números complexos, tem vantagens relativamente ao método direto, devido à grande economia de memória de armazenamento. Essa vantagem torna-se especialmente significativa para problemas de grande dimensão.

Foram experimentadas várias aproximações para a inversa da matriz do sistema de equações como forma de pré-condicionamento. No entanto, foi o pré-condicionador diagonal que conduziu a melhores resultados.

As experiências efetuadas sugerem que deve continuar a pesquisa de outras formas de pré-condicionamento mais eficazes do que o pré-condicionamento diagonal.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Ponta do Oeste, S.A. a autorização para publicação de alguns resultados do estudo da Marina do Lugar de Baixo, e aos técnicos Franklin Carvalho e Branca Branco pela colaboração prestada na preparação das malhas de elementos finitos e na revisão do texto.

Agradecem também o financiamento da FCT por meio dos projetos POCTI/2.1/TPAR/2082/95 e POCTI/C/ECM/12100/98. Este trabalho insere-se no âmbito do convênio entre o LNEC e a Fundação Universidade Federal do Rio Grande, Brasil.

REFERÊNCIAS

1. BERKHOFF, J. C. W. Computation of combined refraction-diffraction. In: INTERNATIONAL CONFERENCE COASTAL ENGINEERING, 13. *Proceedings*..., 1972. v. 2, p. 471-490.
2. FORTES, C. J. E. M. *Modelação matemática da refração e difração combinadas de ondas marítimas*: análise pelo método de elementos finitos. Lisboa, 1993. Tese [Mestrado em Engenharia Mecânica] – IST.
3. FERNANDES, J. L. M.; FORTES, C. J. E. M. *Um método directo usando o armazenamento CSR para as equações matriciais simétricas do método dos elementos finitos*. Lisboa: LNEC, jul. 1999. Relatório 180/99 – NPP.
4. FORTES, C. J. E. M.; ZÓZIMO, A. C.; NEVES, M. G. O.; COVAS, J. M. A. *Estudos de agitação no interior da marina do Lugar de Baixo (Ilha da Madeira)*. Lisboa: LNEC, out. 2002. Relatório 64/02-NPP.
5. HESTENES, M.R.; STIEFEL, E. Methods of conjugate gradients for solving linear systems. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, n. 49, p. 409-436, 1952.
6. HUGHES, T. J. R; FERENCZ, R. M.; HALLQUIST, J. O. Large scale vectorized implicit calculations in solid mechanics on a Cray X-MP/48 utilizing EBE preconditioned conjugate gradients. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, n. 61, p. 215-248,1987.
7. HURDLE, D. P.; KOSTENSE, J. K.; VAN DEN BOSH, P. Mild slope model for the wave behavior in and around harbours and coastal structures in areas of variable depth and flow conditions. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM: WATER MODELLING And MEASUREMENT, 2. *Proceedings*… Harrogate, 1989. ch. 22.
8. MACEDO, M. A.; ALQUATI, E. L. G.; VAZ DOS SANTOS, A. C. O. Solução iterativa numa formulação elemento por elemento dos estados de agitação e ressonância em portos. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 14. *Anais*… Aracaju, 2001.
9. SEELIG, W. N.; AHRENS, J. P. Wave reflection and energy dissipation by coastal structures: wave forces on inclined and vertical wall structures. *ASCE*, p. 28-55, 1995.
10. VAZ dos SANTOS, M. A; CUCHIARA, D. C.; AWRUCH, A. M. Numerical and analytical models for the analysis of agitation states and resonance problems in harbors. *Hybrid Methods in Engineering*, v. 2, p. 41-60, 2000.