VETOR

Modelagem matemática, projeto e controle preditivo de um conversor boost

Mathematical modeling, design, and predictive control of a boost converter

Alexandre Filgueira Soares[1,†], Pedro Henrique Diehl[1], Paulo Jefferson Dias de Oliveira Evald[1]

[1] *Grupo de Sistemas Inteligentes e Controle, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, Brasil*
[†] **Autor correspondente:** soares.alexandre@ufpel.edu.br

Resumo

Os conversores *boost* são amplamente utilizados para elevar a tensão de saída a um nível superior à tensão de entrada de diversos sistemas. Esses conversores são comumente utilizados em baterias para automóveis elétricos, frenagem regenerativa de motores de corrente contínua, quadrirrotores, carregadores solares, amplificadores de áudio de potência e diversos outros dispositivos. Para tal, este dispositivo armazena energia no campo magnético de um indutor e, em seguida, transfere essa energia para um capacitor de tal forma que a tensão do capacitor pode aumentar além da tensão da fonte que forneceu energia ao indutor. Porém, para obter uma tensão desejada na saída, é fundamental utilizar um controlador confiável para realizar a regulação desse sistema. Este artigo apresenta a modelagem matemática, projeto de dimensionamento de acordo com especificações estabelecidas e controle preditivo de um conversor *boost*. A estratégia de controle utilizada para regular a tensão deste conversor é um controlador *deadbeat*, o qual possui uma estrutura simples, porém provê rápida resposta ao sistema em malha fechada. Os resultados de simulação numérica demonstram a superioridade do controlador preditivo em relação a um controlador proporcional-integral-derivativo.

Palavras-chave

Controle preditivo • Conversor boost • Conversor aumentador • Controlador deadbeat • Eletrônica de potência.

Abstract

Boost converters are widely used to raise the output voltage to a level higher than the input voltage of various systems. These converters are commonly used in batteries for electric automobiles, regenerative braking of DC motors, quadrirotors, solar chargers, power audio amplifiers and many other devices. To do this, this device stores energy in the magnetic field of an inductor and then transfers this energy to a capacitor in such a way that the voltage of the capacitor can increase beyond the voltage of the source that supplied energy to the inductor. However, to obtain a desired voltage at the output, it is essential to use a reliable controller to regulate this system. This article presents mathematical modeling, sizing design according to established specifications and predictive control of a boost converter. The control strategy used to regulate the voltage of this converter is a deadbeat controller, which has a simple structure, but provides fast response to the closed-loop system. The numerical simulation results demonstrate the superiority of the predictive controller over a proportional-integral-derivative controller.

Keywords

Predictive control • Boost converter • Step up converter • Deadbeat controller • Power electronics.

1 Introdução

O rápido crescimento populacional e a industrialização causaram um aumento exponencial na procura de energia [1]. Conversores de alta eficiência e baixo custo têm funcionado como uma interface para fazer uso da energia gerada pelo sistema de energia renovável [2], entre as quais o sistema de geração de energia fotovoltaica é atualmente um dos recursos de energia renovável mais limpos e tecnologicamente maduros conhecidos, porque a luz solar tem a vantagem de ser quase inesgotável [3]. Desta forma, diversos dispositivos para adequação do processamento de energia foram propostos nas últimas décadas. A topologia do conversor *boost* (ou *step-up*), para tratamento CC-CC (ou *DC-DC* em inglês), convertem níveis de tensão CC mais baixos em níveis de tensão mais altos [3], armazenando temporariamente a energia de entrada e depois liberando-a na saída em um nível de tensão mais alto. Tal armazenamento pode ocorrer em componentes de armazenamento de campo magnético (indutor único/indutor acoplado) ou em componentes de armazenamento de campo elétrico (capacitores) através do uso de vários elementos de comutação ativos ou passivos (MOSFETs, IGBTs e diodos) [4].

Os conversores *boost* convencionais possuem limites relacionados ao ganho de tensão, capacidade de potência e eficiência. Quando se faz necessário um elevado ganho de tensão, o conversor pode operar em condições que resultam em um desgaste muito elevado nos componentes e grandes perdas de potência na conversão [5, 6, 7]. Para um conversor *boost* ideal, quando a razão cíclica atinge o valor unitário, ou seja, seu valor máximo (100%), o ganho tende ao infinito. Na prática, isso não acontece já que existem as resistências parasitas intrínsecas no indutor e capacitor. Para correntes elevadas de saída, estas resistências são responsáveis pelas perdas mais significativas do conversor [8]. Em sistemas onde se processam altas correntes, algumas topologias *boost* têm apresentado alto rendimento, além de possuírem um arranjo relativamente simples [9, 10]. O controle preciso da razão cíclica é essencial para o funcionamento eficiente do conversor *boost*. Logo, técnicas de modulação, como modulação por largura de pulso, *pulse width modulation* (PWM), são comumente empregadas para ajustar dinamicamente a razão cíclica e controlar a tensão de saída.

Hoje em dia, os conversores CC-CC são utilizados de diversas maneiras, como veículos elétricos híbridos [11], fontes de energia renováveis, tais como geradores de turbinas eólicas [12], células solares [13], células de combustível [14], equipamentos médicos [15] e servomotores [16], circuitos industriais e correção de fator de potência (PFC) [17], sistemas de telecomunicações [18], indústria aérea e espacial [19] e equipamentos elétricos portáteis [20].

A aplicação de conversores de potência tem sido ampliada ano após ano. Entretanto, grandes correntes de ondulação degradam o desempenho e a vida útil dos dispositivos, tais como baterias [21]. Por isso, o controle desses dispositivos é fundamental. O controle digital aplicado a conversores estáticos recebe atualmente uma grande atenção e foco tanto no meio acadêmico quanto na indústria, atribuído ao fato deste possuir inúmeras vantagens em relação ao controle analógico.

Com o surgimento de processadores de sinais digitais de maior capacidade de processamento, os controladores digitais se tornaram uma alternativa potencialmente atraente à opção analógica [22]. Os controladores digitais são mais flexíveis, pois permitem modificar apenas seu algoritmo sem a necessidade de alterações no hardware, além de serem menos sensível a ruídos e variações de parâmetros [23]. Na literatura, diversos controladores tem sido propostos para regulação de conversores *boost*, tais como controlador PID [24], *fuzzy controller* [25], *model predictive controller* [26], controle não-linear [27], controle adaptativo [28], controle por modelo interno [29], controle por realimentação de estados [30], *sliding mode controller* [31], entre outros.

Levando em consideração a discussão anterior, nesse artigo é apresentada a modelagem matemática, projeto de dimensionamento e projeto de um controlador preditivo de um conversor *boost*. O controlador de tensão é um *deadbeat*, que apesar de possuir uma estrutura simples, provê uma resposta transitória rápida e quase ideal em sistemas de controle em malha fechada, pois o controle *deadbeat* prevê e compensa instantaneamente as variações na carga, garantindo uma regulação precisa da tensão fornecida [32]. Uma comparação do controlador preditivo com um controlador proporcional-integral-derivativo (PID) também é apresentada para demonstrar as vantagens do controlador preditivo.

A organização deste trabalho é a seguinte: a Seção 2 apresenta a modelagem matemática do conversor *boost*, seguido pelo dimensionamento deste sistema na Seção 3. A teoria dos controladores é mostrada na Seção 4. Finalmente, a Seção 5 expõem os resultados de simulação e a discussão dos resultados obtidos. Por fim, a Seção 6 discute as considerações finais deste trabalho.

2 Modelagem matemática do sistema

Para determinar a função de transferência que relaciona a tensão de saída do conversor com a razão cíclica para pequenas perturbações em torno de um ponto de operação, representado pela operação em regime permanente, faz-se a análise dinâmica do conversor *boost* no modo de condução contínua. A Figura 1 mostra o circuito elétrico do conversor *boost*, onde há uma fonte de alimentação E, os elementos armazenadores de energia, que são, o capacitor C_{ap} e o indutor L com suas respectivas resistências parasitas em serie r_C e r_L. Também há duas chaves, na qual o

MOSFET S é uma chave controlada e o diodo D é uma chave automática. Por fim, há uma carga resistiva R na saída do conversor e PWM indica a modulação sobre o MOSFET.

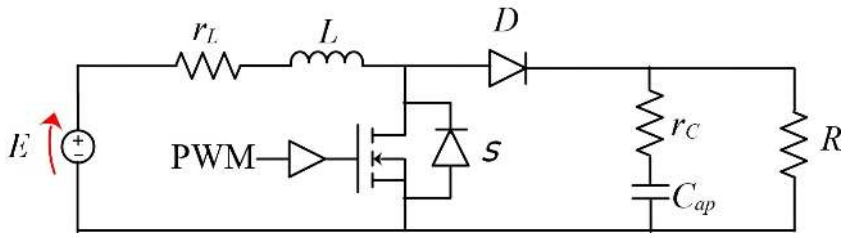


Figura 1: Circuito elétrico do conversor *boost*.

Para a análise do circuito será empregado o conceito do modelo médio em espaço de estado [33]. Primeiramente, as variáveis associadas aos elementos armazenadores de energia são definidas como variáveis de estado [34]. Ou seja,

$$x_1 = i_L, \tag{1}$$
$$x_2 = v_C. \tag{2}$$

O conversor apresenta duas etapas de operação: com chave fechada e com chave aberta. Para a primeira etapa, quando a chave está fechada, têm-se um período de DT, sendo D o *duty cycle* e T o período de chaveamento. Portanto, tem-se a seguinte relação das tensões,

$$\begin{cases} -E + L\dot{x}_1 + r_L x_1 = 0, \\ -x_2 - r_C C_{ap}\dot{x}_2 - RC_{ap}\dot{x}_2 = 0. \end{cases} \tag{3}$$

Vale ressaltar que as resistência do indutor (r_L) e a resistência série equivalente do capacitor (r_C) desempenham papel importante na dinâmica do conversor [35].

Já para a segunda etapa, quando a chave está aberta por um período $(1-D)T$, tem-se que

$$\begin{cases} -E + L\dot{x}_1 + r_L x_1 + R\left(x_1 - C_{ap}\dot{x}_2\right) = 0 \\ -x_2 - r_C C_{ap}\dot{x}_2 - R\left(x_1 - C_{ap}\dot{x}_2\right) = 0 \end{cases} \tag{4}$$

Rearranjando os termos do sintema de Eq. (4), e desconsiderando (considerando zero) os produtos de termos dos componentes parasitas por serem muito pequenos, obtêm-se para a primeira etapa

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\dfrac{r_L}{L}x_1 + \dfrac{E}{L}, \\ \dot{x}_2 = -\dfrac{1}{(R + r_C)\,C_{ap}}x_2. \end{cases} \tag{5}$$

Logo matricialmente temos,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{r_L}{L} & 0 \\ 0 & -\dfrac{1}{(R + r_C)\,C_{ap}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} E. \tag{6}$$

Em seguida, repete-se esse procedimento para a segunda etapa, resultando em

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\dfrac{(Rr_C + Rr_L)}{(R + r_C)\,L}x_1 - \dfrac{R}{(R + r_C)\,L}x_2 + \dfrac{E}{L}, \\ \dot{x}_2 = \dfrac{R}{(R + r_C)\,C_{ap}}x_1 - \dfrac{1}{(R + r_C)\,C_{ap}}x_2. \end{cases} \tag{7}$$

Logo matricialmente ficamos com,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{(Rr_C + Rr_L)}{(R + r_C)\,L} & -\dfrac{R}{(R + r_C)\,L} \\ \dfrac{R}{(R + r_C)\,C_{ap}} & -\dfrac{1}{(R + r_C)\,C_{ap}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} E. \tag{8}$$

Desse modo temos que a matriz que representa as dinâmicas do sistema na primeira etapa é

$$\boldsymbol{A}_1 = \begin{bmatrix} -\dfrac{r_L}{L} & 0 \\ 0 & -\dfrac{1}{(R+r_C)\,C_{ap}} \end{bmatrix}, \tag{9}$$

e a matriz que representa as dinâmicas do sistema na segunda etapa é

$$\boldsymbol{A}_2 = \begin{bmatrix} -\dfrac{(Rr_C + Rr_L)}{(R+r_C)\,L} & -\dfrac{R}{(R+r_C)\,L} \\ \dfrac{R}{(R+r_C)\,C_{ap}} & -\dfrac{1}{(R+r_C)\,C_{ap}} \end{bmatrix}. \tag{10}$$

Além disso, o vetor que relaciona a entrada do sistema aos seus estados é igual em ambas etapas e descrito por

$$\boldsymbol{B}_1 = \boldsymbol{B}_2 = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{11}$$

Para determinar a função de transferência que relaciona a tensão de saída em função da razão cíclica incremental, faz-se

$$G(s) = \frac{\tilde{v}_0(s)}{\tilde{d}(s)} = \boldsymbol{C}\left[s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}\right]^{-1}\left[(\boldsymbol{A}_1 - \boldsymbol{A}_2)\boldsymbol{X} + (\boldsymbol{B}_1 - \boldsymbol{B}_2)E\right] + \left[\boldsymbol{C}_1 - \boldsymbol{C}_2\right]\boldsymbol{X}, \tag{12}$$

sendo $\tilde{v}_0(s)$ a saída incremental, $\tilde{d}(s)$ a razão cíclica incremental, $\boldsymbol{I}$ matriz identidade e $\boldsymbol{X} = [x_1\ x_2]^T$.

Como $R \gg (r_C + r_L)$, então algumas simplificações são possíveis. Portanto, pode-se afirmar que

$$\boldsymbol{A}_1 = \begin{bmatrix} -\dfrac{r_L}{L} & 0 \\ 0 & -\dfrac{1}{RC_{ap}} \end{bmatrix}, \tag{13}$$

e

$$\boldsymbol{A}_2 = \begin{bmatrix} -\dfrac{(r_C + r_L)}{L} & -\dfrac{1}{L} \\ \dfrac{1}{C_{ap}} & -\dfrac{1}{RC_{ap}} \end{bmatrix} \tag{14}$$

sem alterar os demais vetores. Isto é,

$$\boldsymbol{B}_1 = \boldsymbol{B}_2 = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{15}$$

e os vetores de saída são

$$\boldsymbol{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{16}$$

e

$$\boldsymbol{C}_2 = \begin{bmatrix} r_C & 1 \end{bmatrix}. \tag{17}$$

Desse modo, tem-se que

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_1 D + \boldsymbol{A}_2 (1 - D) \tag{18}$$

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_1 D + \boldsymbol{B}_2 (1 - D) \tag{19}$$

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{C}_1 D + \boldsymbol{C}_2 (1 - D), \tag{20}$$

o que resulta em

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \dfrac{[r_C D - (r_C + r_L)]}{L} & -\dfrac{1-D}{L} \\ \dfrac{1-D}{C_{ap}} & -\dfrac{1}{RC_{ap}} \end{bmatrix}, \tag{21}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{22}$$

e

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} r_C\,(1-D) & 1 \end{bmatrix}. \tag{23}$$

Substituindo $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{A}_1$, $\boldsymbol{A}_2$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{B}_1$, $\boldsymbol{B}_2$, $\boldsymbol{C}$, $\boldsymbol{C}_1$, $\boldsymbol{C}_2$, e $\boldsymbol{X}$ na Eq. (12), segue que a função de transferência é

$$G(s) = \frac{r_C\,(1-D)\left(s + \frac{1}{RC_{ap}}\right)\left(\frac{r_C x_1 + x_2}{L}\right) + \frac{r_C(1-D)x_1}{LC_{ap}^2} + \frac{(1-D)(r_C x_1 + x_2)}{LC_{ap}} - \frac{x_1}{C_{ap}}\left(s + \frac{(r_C + r_L - r_C D)}{L}\right)}{s^2 + \left[\frac{(r_C + r_L - r_C D)}{L} + \frac{1}{RC_{ap}}\right]s + \frac{(1-D)^2}{LC_{ap}}} - r_C x_1. \tag{24}$$

Portanto, o conversor *boost* é um sistema de segunda ordem que possui dois zeros, sendo um zero de fase não-miníma e um zero de alta frequência no semi-plano esquerdo de Laplace, o qual é geralmente desconsiderado pelo sua influência desprezível.

Considerando a situação ideal (sem perdas), em que $r_C = r_L = 0$, tem-se a seguinte simplificação da Eq. (24),

$$G(s) = \frac{\frac{(1-D)x_2}{LC_{ap}} - \frac{x_1}{C_{ap}}s}{s^2 + \frac{1}{RC_{ap}}s + \frac{(1-D)^2}{LC_{ap}}}, \tag{25}$$

e considerando que $x_1 = I_L$ e $x_2 = V_0$ na Eq. (25), obtém-se

$$G(s) = \frac{(1-D)V_0 - LI_L s}{LC_{ap}s^2 + \frac{L}{R}s + (1-D)^2}, \tag{26}$$

considerando a substituição da Eq. (27) na Eq. (26), obtemos a Eq. (28)

$$I_L = \frac{V_0}{R\,(1-D)}, \tag{27}$$

$$G(s) = \frac{V_0}{(1-D)} \frac{\left[1 - \frac{L}{R(1-D)^2}s\right]}{\left[\frac{LC_{ap}}{(1-D)^2}s^2 + \frac{L}{(1-D)^2 R}s + 1\right]}. \tag{28}$$

Em uma forma normalizada, pode-se reescrever a Eq. (28) como

$$G(s) = G\frac{1 - \frac{s}{\omega_z}}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{\varphi\omega_0} + 1}, \tag{29}$$

sendo

$$\omega_z = \frac{R\,(1-D)^2}{L}, \tag{30}$$

$$\omega_0 = \frac{1-D}{\sqrt{LC_{ap}}}, \tag{31}$$

$$\varphi = \omega_0 RC_{ap} = R\,(1-D)\sqrt{\frac{C_{ap}}{L}}, \tag{32}$$

$$V_0 = \frac{E}{(1-D)}, \tag{33}$$

$$\tag{34}$$

e

$$G = \frac{E}{(1-D)^2}. \tag{35}$$

A função de transferência do modulador PWM, é descrito por $G_m(s)$, na qual resume-se em

$$G_m(s) = \frac{1}{V_R}, \tag{36}$$

sendo V_R a tensão de pico da portadora do modulador PWM, ou seja, o pico de tensão da onda dente de serra (tipicamente se utiliza uma onda dente de serra como portadora). Já a função de transferência do sensor é

$$G_s(s) = \frac{1}{A}, \tag{37}$$

sendo A um fator de atenuação do sensor de tensão de saída.

Logo a função de transferência em malha aberta do conversor *boost*, $G_{ma}(s)$, é dado pela multiplicação da função de transferência do estágio de potência $G(s)$, pela função de transferência do modulador PWM e pela função de transferência do sensor $G_s(s)$. Portanto, a função de transferência do conversor *boost* em malha aberta é

$$G_{ma}(s) = \frac{\tilde{v_0}(s)}{\tilde{d}(s)} = G(s)G_m(s)G_s(s) = \frac{G}{AV_R}\frac{1-\dfrac{s}{\omega_z}}{\dfrac{s^2}{\omega_0^2}+\dfrac{s}{\varphi\omega_0}+1}. \tag{38}$$

3 Dimensionamento do conversor boost

O dimensionamento do conversor *boost* é realizado em etapas. A seguir, cada uma dessas etapas é discutida detalhadamente.

3.1 Relação de tensão e corrente

Para esta análise, assume-se que [36]:

- Existem condições de estado estável;
- O período de chaveamento é T e a chave é fechada pelo tempo DT e aberta por $(1-D)T$;
- O indutor funciona no modo de condução contínua (sempre positiva);
- O valor do capacitor é muito alto e a tensão na saída é mantida constante em V_0.

A Tabela 1 apresenta os parâmetros exigidos para o projeto.

Tabela 1: Parâmetros do projeto.

Parâmetro	Variável	Valor
Tensão alimentação	E	9 V
Tensão de saída desejada	V_0	19 V
Corrente de saída desejada	I_0	3 A
Resistência em equivalente do capacitor C_{ap}	r_C	5 mΩ
Resistência parasita em série do indutor L	r_L	20 mΩ
Ripple tolerável na tensão de saída	ΔV_0	≤ 950 mV
Ripple de corrente tolerável no indutor	Δi_L	≤ 4,876 A
Frequência de chaveamento	f	20 kHz

O ciclo de trabalho é

$$D = 1 - \frac{E}{V_0} = 0,526. \tag{39}$$

Utilizando a frequência f do PWM, tem-se

$$T = \frac{1}{f} = 50\ \mu\text{s}. \tag{40}$$

(41)

Logo, o período da chave aberta é

$$t_{on} = DT = 26,316\ \mu\text{s} \tag{42}$$

(43)

e, por conseguinte, o período da chave fechada é

$$t_{off} = (1-D)T = 23,684\ \mu\text{s}. \tag{44}$$

A potência de saída P_0 é

$$P_0 = V_0 I_0 = 57\ \text{W}, \tag{45}$$

e, portanto, a carga na saída deve ser de

$$R = \frac{V_0^2}{P_0} = 6,333\ \Omega. \tag{46}$$

A condição necessária para um modo de condução contínua no indutor é que $I_{L_{min}}$ seja positivo. Logo, o limite entre os modos de contínuo e descontínuo no indutor é determinado por

$$\frac{E}{(1-D)^2 R} = \frac{ED}{2Lf}. \tag{47}$$

A combinação mínima da indutância e da frequência de chaveamento para o modo de condução contínua em um conversor *boost* é

$$L_{min} = \frac{D(1-D)^2 R}{2f} = 19,001\ \mu\text{H}. \tag{48}$$

Um conversor *boost* projetado para funcionar em modo de condução contínua terá um indutor com valor maior que L_{min}. Como uma perspectiva de projeto, é útil expressar L em termos de Δi_L desejado [36]. Portanto, primeiramente deve-se determinar I_L, ou seja,

$$I_L = \frac{V_0^2}{ER} = 6,333\ \text{A}. \tag{49}$$

Logo,

$$\Delta i_L = I_L 76\% = 4,813\ \text{A}. \tag{50}$$

Assim,

$$L = \frac{ED}{\Delta i_L f} = 50,003\ \mu\text{H} \approx 50\ \mu\text{H}. \tag{51}$$

Dessa forma,

$$I_{L_{máx}} = \frac{E}{(1-D)^2 R} + \frac{EDT}{2L} = 8,74\ \text{A}. \tag{52}$$

e

$$I_{L_{min}} = \frac{E}{(1-D)^2 R} - \frac{EDT}{2L} = 3,927\ \text{A}. \tag{53}$$

3.2 Tensão de *ripple* na saída

As equações anteriores foram desenvolvidas com a suposição de que a tensão na saída é constante, implicando em uma capacitância infinita. Na prática, uma capacitância finita resultará em uma flutuação na tensão de saída ou *ripple*. A tensão de *ripple* de pico a pico na saída pode ser calculada pela forma de onda da corrente no capacitor [36]. A carga do capacitor é

$$|\Delta Q| = \left(\frac{V_0}{R}\right) DT = C_{ap} D \Delta V_0, \tag{54}$$

e a tensão de *ripple* é

$$\Delta V_0 = \frac{V_0 DT}{RC_{ap}} = \frac{V_0 D}{RC_{ap} f} = 855 \text{ mV}. \tag{55}$$

Alternativamente, expressando a capacitância em termos da tensão de *ripple* na saída, têm-se que

$$C_{ap} = \frac{D}{R\left(\frac{\Delta V_0}{V_0}\right) f} = 93,833 \ \mu\text{F} \approx 100 \ \mu\text{F}. \tag{56}$$

A resistência em série do capacitor, ou *equivalent series resistance* (ESR), contribui de forma significativa para a tensão de *ripple* na saída. A variação de pico a pico na corrente do indutor é a mesma corrente máxima no indutor. Portanto, a tensão de *ripple* devido à ESR é

$$\Delta V_{0_{ESR}} = \Delta i_C r_C = I_{L_{máx}} r_C = 43,7 \text{ mV}. \tag{57}$$

3.3 Cálculo do indutor

A indutância de um indutor toroidal é

$$L = \frac{n^2 \mu h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right), \tag{58}$$

sendo μ a permeabilidade magnética do material do núcleo, n é o número de espiras, h é a altura do núcleo, a é o raio interno do núcleo e b é o raio externo do núcleo. Além disso, a permeabilidade magnética no vácuo é $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H/m. Logo,

$$\mu = \mu_R \mu_0. \tag{59}$$

Os parâmetros do indutor são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2: Parâmetros do indutor.

Parâmetro	Variável	Valor
Permeabilidade relativa	μ_R	75
Altura do núcleo	h	11 mm
Raio interno do núcleo	a	7 mm
Raio externo do núcleo	b	13,5 mm
Indutância	L	50 μH

Logo, o número de voltas que deve ser dado no núcleo toroidal é

$$n = \sqrt{\frac{L2\pi}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)\mu h}} = 21,48 \approx 22. \tag{60}$$

4 Teoria do Controlador

Essa seção apresenta a teoria dos controladores implementados para a regulação da tensão de saída do conversor.

4.1 Controlador deadbeat

O controlador *deadbeat* é o sistema de controle mais rápido já proposto até hoje, pois tem a capacidade de controlar um sistema com o atraso mínimo de uma amostra. Esta técnica foi originalmente proposta para sistemas lineares e depende do conhecimento do modelo do sistema. Seu funcionamento consiste em inserir zeros para cancelar os polos indesejados do sistema. O projeto do controlador é feito diretamente em tempo discreto.

O projeto do controlador *deadbeat* consiste em determinar um sinal de controle que força a saída do sistema para a referência no menor número de intervalos de amostragem. Para um sistema linear invariante no tempo de ordem n este número de intervalos de amostragem é n, desde que o sistema seja *"null controllable"*, ou seja, que possa ser levado para origem por alguma entrada finita. A ação de controle do *deadbeat* é determinada por

$$u(z) = \frac{1}{G_{ma}(z)} \frac{z^{-n}}{1 - z^{-n}}, \tag{61}$$

sendo o erro de rastreamento e dado pela diferença entre a saída do sistema e o sinal de referência e n a ordem do sistema. A Figura 2 mostra o diagrama de blocos do sistema em malha em malha fechada com este controlador.

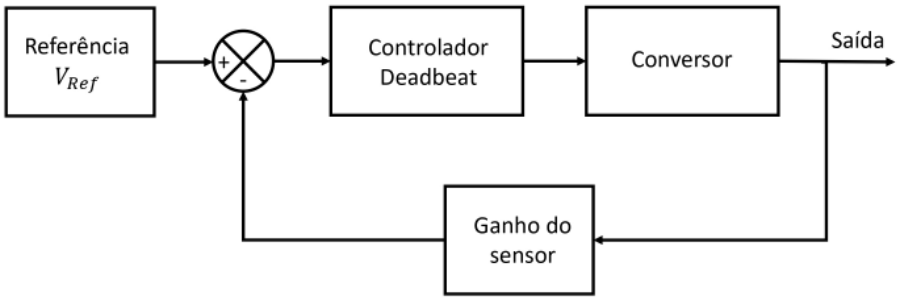


Figura 2: Diagrama de blocos do sistema em malha fechada com controlador *deadbeat*.

4.2 Controlador PID

O controlador PID é ainda hoje a técnica de controle mais popular na indústria devido a simplicidade de implementação e sintonia intuitiva dos ganhos. A ação de controle desse controlador é

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t)dt + K_d \frac{de(t)}{dt}, \tag{62}$$

sendo K_p, K_i e K_d os ganhos proporcional, integral e derivativo, respectivamente.

A Figura 3 mostra o sistema em malha fechada com esse controlador.

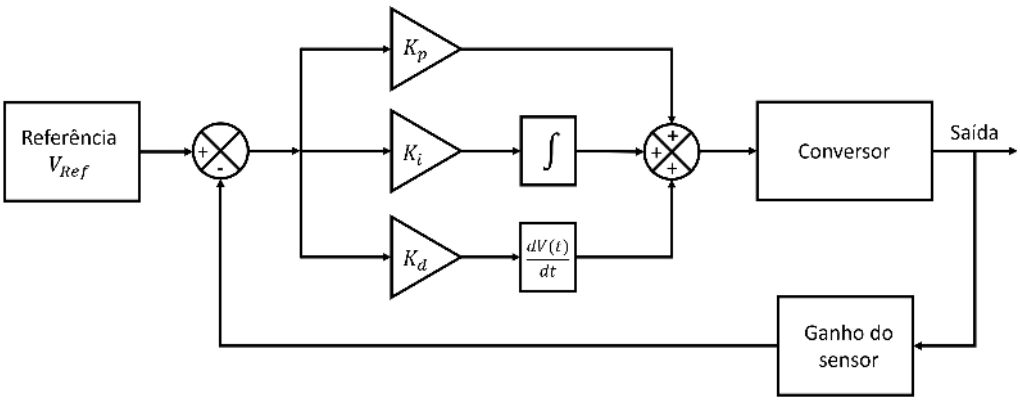


Figura 3: Diagrama de blocos do sistema em malha fechada com controlador PID.

5 Resultados de simulação

Nesta seção são discutidos os resultados de simulação do controle preditivo da tensão de saída do conversor *boost*. Além disso, uma comparação com o controlador PID tradicional também é provida.

5.1 Controlador deadbeat

Esta técnica de controle utiliza o inverso do modelo do sistema em malha fechada, $G_{ma}(z)$, para alocar os zeros que cancelarão as dinâmicas não desejada dos polos do sistema [37]. Portanto,

$$C_{DB}(z) = \frac{\tilde{d}(z)}{e(z)} = \frac{1}{G_{ma}(z)} \frac{z^{-2}}{1-z^{-2}}, \tag{63}$$

sendo o erro de rastreamento dado por

$$e(z) \quad = \quad V_{Ref} - \tilde{v}_0(z) = \frac{V_0}{A} - \tilde{v}_0(z), \tag{64}$$

que, em tempo discreto é

$$e[k] \quad = \quad \frac{V_0}{A} - \tilde{v}_0[k]. \tag{65}$$

Para proceder com o projeto, primeiramente $G_{ma}(s)$ deve ser discretizada para o domínio z. Para tal, o método de discretização *backward Euler* foi aplicado. Nesta abordagem, têm-se a seguinte relação

$$s = \frac{1-z^{-1}}{T_s}, \tag{66}$$

sendo T_s o período de amostragem, no qual é o inversor da frequência de amostragem f_s.

Assim,

$$G_{ma}(z) = \frac{\tilde{v}_0(z)}{\tilde{d}(z)} = \frac{G}{AV_R} \frac{1 - \dfrac{\dfrac{1-z^{-1}}{T_s}}{\omega_z}}{\dfrac{\left(\dfrac{1-z^{-1}}{T_s}\right)^2}{\omega_0^2} + \dfrac{\dfrac{1-z^{-1}}{T_s}}{\varphi\omega_0} + 1}, \tag{67}$$

que, ao simplificar, resulta em

$$G_{ma}(z) = \frac{\left(GT_s^2\omega_0^2\varphi\omega_z - GT_s\omega_0^2\varphi\right) + \left(GT_s\omega_0^2\varphi\right)z^{-1}}{AV_R\left[\left(T_s^2\omega_0^2\varphi\omega_z + T_s\omega_0\omega_z + \varphi\omega_z\right) - \left(2\varphi\omega_z + T_s\omega_0\omega_z\right)z^{-1} + \left(\varphi\omega_z\right)z^{-2}\right]}. \tag{68}$$

Colocando a saída $\tilde{v}_0$ em termos de equações de diferenças, onde k é um número inteiro de 0 a n amostas, tem-se

$$\tilde{v}_0[k] = \frac{\left\{\tilde{d}[k]\left(GT_s^2\omega_0^2\varphi\omega_z - GT_s\omega_0^2\varphi\right) + \tilde{d}[k-1]\left(GT_s\omega_0^2\varphi\right) + AV_R\left[\tilde{v}_0[k-1]\left(GT_s\omega_0^2\varphi\right) - \tilde{v}_0[k-2]\left(\varphi\omega_z\right)\right]\right\}}{\left[AV_R\left(T_s^2\omega_0^2\varphi\omega_z + T_s\omega_0\omega_z + \varphi\omega_z\right)\right]}. \tag{69}$$

Portanto, o controlador preditivo *deadbeat* resultante é

$$C_{DB}(z) = \frac{AV_R\left[\left(T_s^2\omega_0^2\varphi\omega_z + T_s\omega_0\omega_z + \varphi\omega_z\right)z^{-2} - \left(2\varphi\omega_z + T_s\omega_0\omega_z\right)z^{-3} + \left(\varphi\omega_z\right)z^{-4}\right]}{\left(GT_s^2\omega_0^2\varphi\omega_z - GT_s\omega_0^2\varphi\right) + \left(GT_s\omega_0^2\varphi\right)z^{-1} - \left(GT_s^2\omega_0^2\varphi\omega_z - GT_s\omega_0^2\varphi\right)z^{-2} - \left(GT_s\omega_0^2\varphi\right)z^{-3}}. \tag{70}$$

Finalmente, colocando $\tilde{d}$ em termos de equações de diferenças, tem-se que a ação de controle é

$$\begin{aligned}\tilde{d}[k] = &\Bigg\{AV_R\Big\{e[k-4]\left(\varphi\omega_z\right) - e[k-3]\left(2\varphi\omega_z + T_s\omega_0\omega_z\right) + e[k-2]\left(T_s^2\omega_0^2\varphi\omega_z + T_s\omega_0\omega_z + \varphi\omega_z\right)\Big\} + \\ &\tilde{d}[k-3]\left(GT_s\omega_0^2\varphi\right) + \tilde{d}[k-2]\left(GT_s^2\omega_0^2\varphi\omega_z - GT_s\omega_0^2\varphi\right) - \tilde{d}[k-1]\left(GT_s\omega_0^2\varphi\right)\Bigg\} \Bigg/ \\ &\Big\{GT_s^2\omega_0^2\varphi\omega_z - GT_s\omega_0^2\varphi\Big\}\end{aligned} \tag{71}$$

A Figura 4 mostra o rastreamento da tensão de referência, definida como 19 V, utilizando o controlador *deadbeat*. A frequência de amostragem é $f_s = 20$ kHz. Nesta simulação não foram incluídos surtos e a tensão de alimentação é de 9 V. Como pode ser notado, o sistema em malha fechada com o controlador preditivo apresenta uma resposta muito rápida e erro nulo em regime permanente. O regime transitório inicial durou cerca de 2 ms sem sobressinais. Portanto, pode afirmar que o controlador *deadbeat* cumpre efetivamente com a tarefa de elevar a tensão de saída do conversor *boost* com desempenho satisfatório.

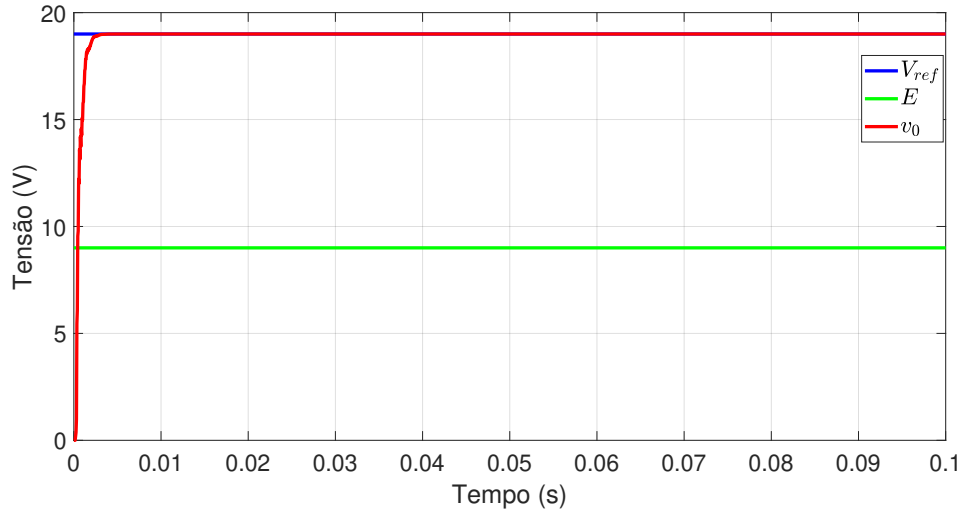


Figura 4: Resposta do sistema em malha fechada com controlador *deadbeat* operando sem surtos.

Para melhor observação da convergência do erro, a Figura 5 mostra essa dinâmica.

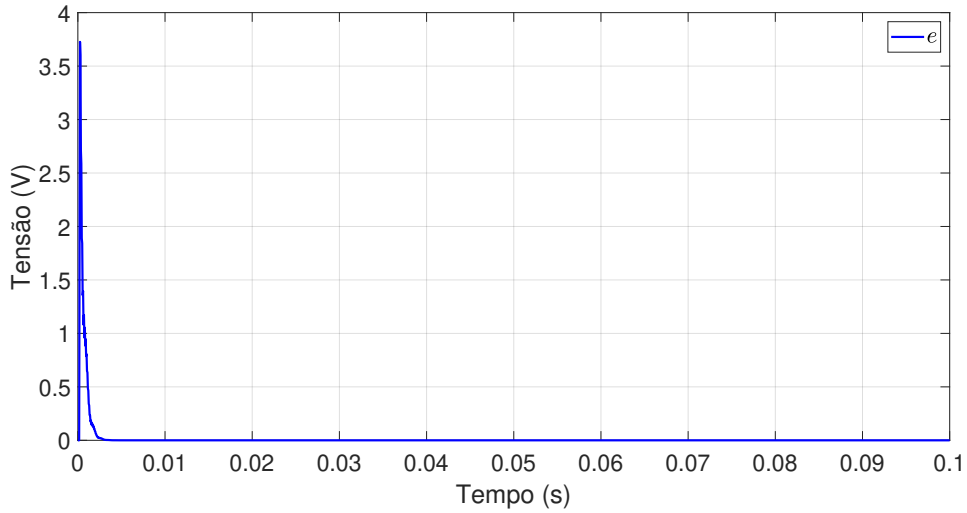


Figura 5: Resposta do sistema em termos de erro de rastreamento da tensão de referência do sistema em malha fechada com controlador *deadbeat* operando sem surtos.

A Figura 6 apresenta a resposta do sistema em malha fechada com controlador *deadbeat* para a mesma operação anterior, porém considerando surtos na tensão de entrada. Nesta simulação, dois eventos de perturbação são considerados: o primeiro evento ocorre aos 0,04 s, quando a tensão de entrada varia de 9 para 15 V, e o segundo evento ocorre aos 0,07 s, quando a tensão de entrada decresce de 15 para 7 V. Novamente, o controlador conseguiu manter o sistema em malha fechada globalmente estável e com erro nulo em regime permanente. Entretanto, a resposta do

sistema possui sobressinais durante os regimes transitórios dos eventos de perturbação do sistema. Para o primeiro evento, o *overshoot* chega a 12 V, enquanto no segundo evento o *undershoot* chega a 11 V.

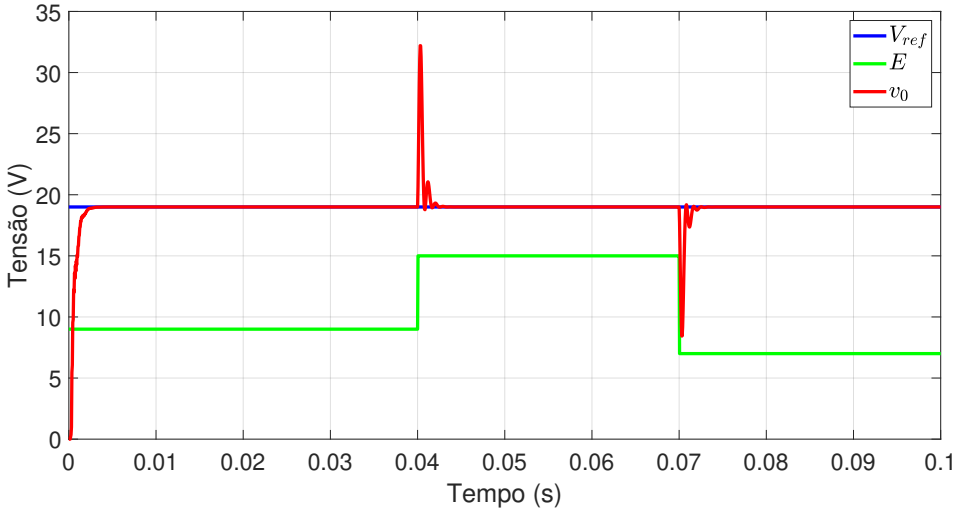


Figura 6: Resposta do sistema em malha fechada com controlador *deadbeat* operando com surtos.

Para melhor observar o erro, a Figura 7 apresenta essa dinâmica.

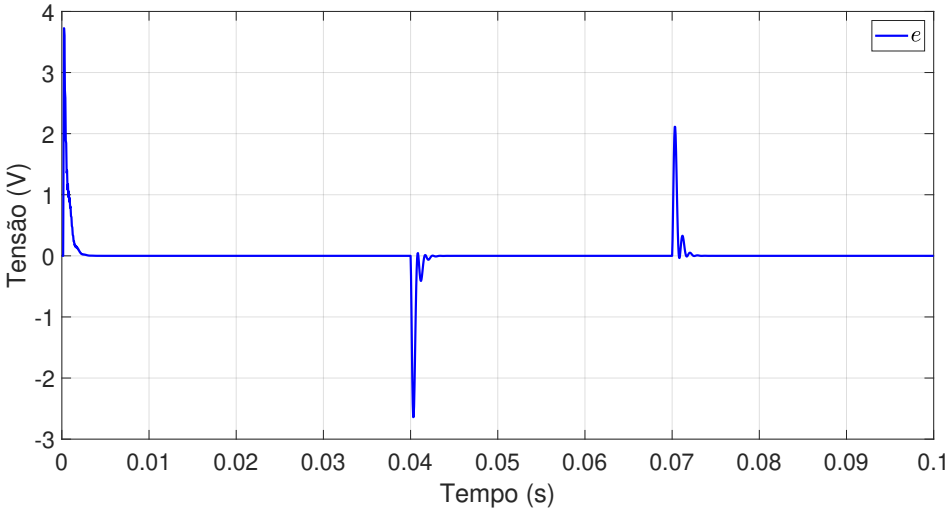


Figura 7: Resposta do sistema em termos de erro de rastreamento da tensão de referência do sistema em malha fechada com controlador *deadbeat* operando com surtos.

A partir desses resultados, pode-se afirmar que o controlador *deadbeat* é uma estratégia de controle viável para regular a tensão de saída do conversor *boost*.

5.2 Controlador PID

Para verificar as vantagens do controlador preditivo discutido anteriormente, um controlador PID tradicional também foi implementado, o qual será utilizado para realizar um comparativo de desempenho do sistema em malha fechada. O controlador PID foi sintonizado utilizando a ferramenta PID *tuning* do Matlab. A Tabela 3 mostra os valores de sintonia fornecidos pela ferramenta.

Tabela 3: Parâmetros do controlador PID providos pela ferramenta PID *tuning* do Matlab.

Parâmetro	Variável	Valor
Ganho proporcional	K_p	0,087453
Ganho integrativo	K_i	267,5545
Ganho derivativo	K_d	$7,1463 \cdot 10^{-6}$

A Figura 8 mostra a resposta do sistema em malha fechada com controlador PID sem os surtos. Como pode ser observado, o regime transitório inicial é muito longo em comparação ao regime transitório inicial obtido quando o sistema em malha fechada é controlado com *deadbeat*. Além disso, a resposta do sistema em malha fechada com o controlador PID apresenta oscilações persistentes em regime permanente, o que não permite eliminar o erro de rastreamento em regime estacionário.

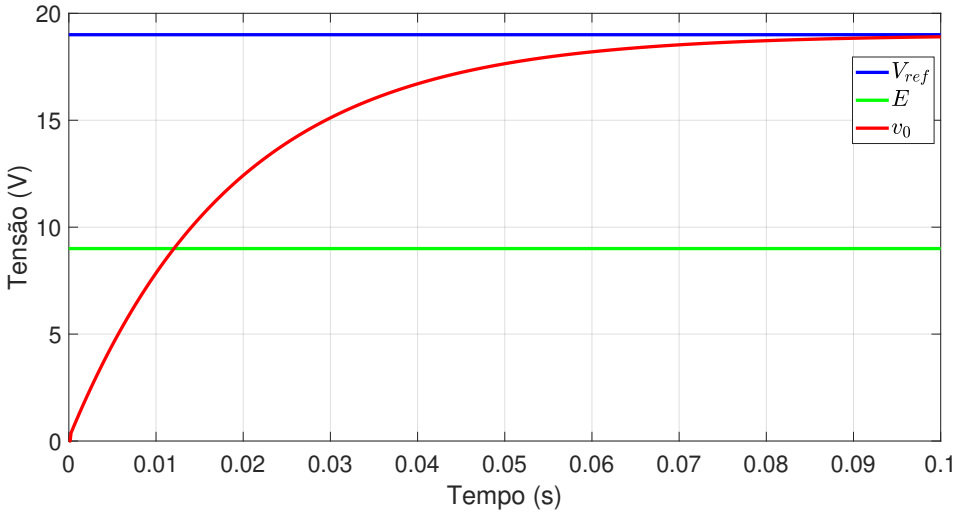


Figura 8: Resposta do sistema em malha fechada com controlador PID sem surtos.

Para melhor observar o erro de rastreamento utilizando essa técnica de controle, a Figura 9 apresenta essa dinâmica. Como a resposta do sistema em malha fechada utilizando o controlador PID sem surtos já apresentou desempenho muito inferior ao controlador preditivo, então não há necessidade de replicar o experimento com surtos de tensão, visto que esses eventos tornam o problema de controle mais complexo e reduzem o desempenho do sistema em malha fechada. Portanto, esta comparação evidenciou a superioridade do controlador *deadbeat* em relação ao controlador PID na tarefa de regular a tensão de saída de um conversor *boost*.

6 Conclusão

Este trabalho apresentou a modelagem matemática detalhada de um conversor *boost* no espaço de estados, bem como o projeto de dimensionamento e uma estratégia de controle preditiva para regulação da tensão de saída deste conversor. Os resultados de simulação demonstraram a viabilidade do controlador preditivo *deadbeat* para a tarefa de controle tratada. O sistema em malha fechada com este controlador obteve regime transitório inicial curto, cerca de 2 ms, sem apresentar sobressinais e manteve erro de rastreamento nulo em regime permanente. Adicionalmente, foram inseridos surtos na tensão de entrada do conversor para avaliar o impacto no desempenho do sistema em malha fechada respondendo aos distúrbios. Novamente, o controlador preditivo apresentou regimes transitórios curtos, porém com a preença de sobressinais na resposta do sistema. Para demonstrar as vantagens dessa abordagem de controle, um controlador PID também foi implementado. Nessa comparação, a superioridade do controlador preditivo sobre o controle clássico ficou evidente, principalmente em relação a duração do regime transitório e desempenho em regime permanente. Portanto, a estratégia de controle preditiva *deadbeat* é uma abordagem apropriada para o conversor *boost*, que apresentou resultados satisfatórios. Para trabalhos futuros, pretende-se validar os resultados obtidos de forma experimental.

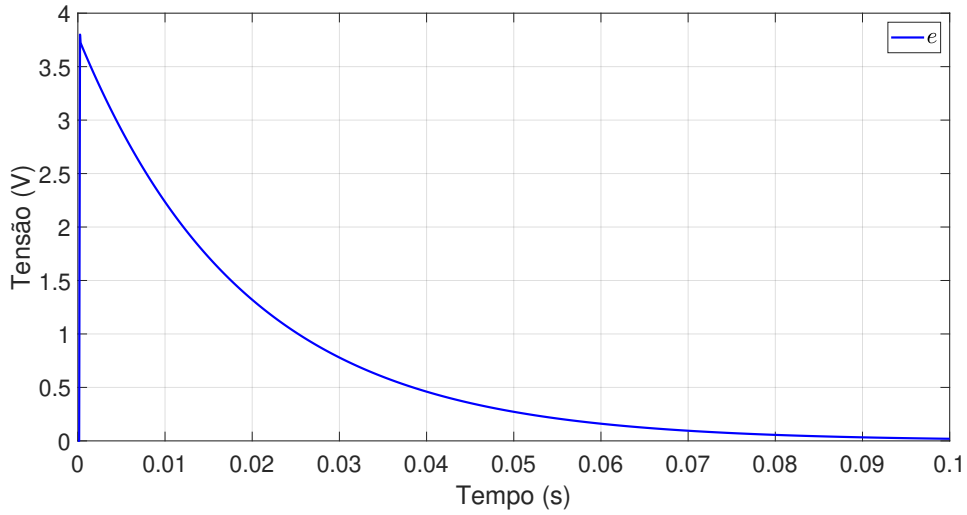


Figura 9: Resposta do sistema em termos de erro de rastreamento da tensão de referência do sistema em malha fechada com controlador PID sem surtos.

Referências

[1] E. A. Tonolo, J. W. M. Soares, E. F. R. Romaneli, e A. A. Badin, "Current sensorless MPPT with a ccm interleaved boost converter for renewable energy system," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 37, no. 9, pp. 11 296–11 304, 2022. Disponível em: https://doi.org/10.1109/TPEL.2022.3166747

[2] Y. Koç, Y. Birbir, e H. Bodur, "Non-isolated high step-up DC/DC converters – an overview," *Alexandria Engineering Journal*, vol. 61, no. 2, pp. 1091–1132, 2022. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.06.071

[3] K.-H. Chao, Y.-P. Kuo, e H.-H. Chen, "Design and implementation of a soft-switching converter with high step-up ratio," *IEEE Access*, 2023. Disponível em: https://doi.org/10.1109/ACCESS.2023.3276649

[4] M. Forouzesh, Y. P. Siwakoti, S. A. Gorji, F. Blaabjerg, e B. Lehman, "Step-up DC–DC converters: a comprehensive review of voltage-boosting techniques, topologies, and applications," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 32, no. 12, pp. 9143–9178, 2017. Disponível em: https://doi.org/10.1109/TPEL.2017.2652318

[5] J. C. Rosas-Caro, J. C. Mayo-Maldonado, R. Salas-Cabrera, A. Gonzalez-Rodriguez, E. N. Salas-Cabrera, e R. Castillo-Ibarra, "A family of DC-DC multiplier converters," *Engineering Letters*, vol. 19, no. 1, pp. 57–67, 2011. Disponível em: https://www.engineeringletters.com/issues_v19/issue_1/EL_19_1_10.pdf

[6] J.-P. Lee, H. Cha, D. Shin, K.-J. Lee, D.-W. Yoo, e J.-Y. Yoo, "Analysis and design of coupled inductors for two-phase interleaved DC-DC converters," *Journal of Power Electronics*, vol. 13, no. 3, pp. 339–348, 2013. Disponível em: https://doi.org/10.6113/JPE.2013.13.3.339

[7] K.-C. Tseng, J.-Z. Chen, J.-T. Lin, C.-C. Huang, e T.-H. Yen, "High step-up interleaved forward-flyback boost converter with three-winding coupled inductors," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, no. 9, pp. 4696–4703, 2014. Disponível em: https://doi.org/10.1109/TPEL.2014.2364292

[8] É. Bridi, M. J. Tiburski, W. d. A. Ayres, H. C. Sartori, e J. R. Pinheiro, "Otimização de conversores boost intercalado de alto ganho de tensão e alta eficiência," *11th Seminar on Power Electronics and Control (SEPOC)*, 2023.

[9] G.-Y. Choe, J.-S. Kim, H.-S. Kang, e B.-K. Lee, "An optimal design methodology of an interleaved boost converter for fuel cell applications," *Journal of Electrical Engineering & Technology*, vol. 5, no. 2, pp. 319–328, 2010.

[10] A. Kirubakaran, S. Jain, e R. Nema, "The PEM fuel cell system with DC/DC boost converter: Design, modeling and simulation," *International Journal of Recent Trends in Engineering*, vol. 1, no. 3, pp. 157–161, 2009. Disponível em: https://doi.org/01.ijepe.01.01.05

[11] U. Masood, M. K. Azeem, I. Ahmad, e A. ul Jabbar, "Robust adaptive nonlinear control of plugin hybrid electric vehicles for vehicle to grid and grid to vehicle power flow with hybrid energy storage system," *ISA Transactions*, vol. 139, pp. 406–424, 2023. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.isatra.2023.03.035

[12] T. S. Reddy, K. M. Junaid, Y. Sukhi, Y. Jeyashree, P. Kavitha, e V. Nath, "Analysis and design of wind energy conversion with storage system," *e-Prime-Advances in Electrical Engineering, Electronics and Energy*, vol. 5, p. 100206, 2023. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.prime.2023.100206

[13] K. Sathasivam, I. Garip, S. H. Saeed, Y. Yais, A. I. Alanssari, A. A. Hussein, J. A. Hammoode, e A. M. Lafta, "A novel MPPT method based on PSO and ABC algorithms for solar cell," *Electric Power Components and Systems*, vol. 52, no. 5, pp. 653–664, 2024. Disponível em: https://doi.org/10.1080/15325008.2023.2228795

[14] S. Kart, F. Demir, İ. Kocaarslan, e N. Genc, "Increasing PEM fuel cell performance via fuzzy-logic controlled cascaded DC-DC boost converter," *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 54, pp. 84–95, 2024. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2023.05.130

[15] S. Roy, A. N. M. W. Azad, S. Baidya, M. K. Alam, e F. Khan, "Powering solutions for biomedical sensors and implants inside the human body: A comprehensive review on energy harvesting units, energy storage, and wireless power transfer techniques," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 37, no. 10, pp. 12 237–12 263, 2022. Disponível em: https://doi.org/10.1109/TPEL.2022.3164890

[16] R. Kumari, P. Pyakurel, D. Bhattacharya, B. Rai, M. Pandit, e K. S. Sherpa, "Design of smart autonomous solar panel with cascaded SEPIC-boost converter for high voltage renewable applications," *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects*, vol. 45, no. 1, pp. 1066–1078, 2023. Disponível em: https://doi.org/10.1080/15567036.2023.2174618

[17] M. Faizan, J. Bi, M. Liu, L. Wang, V. Stempitsky, e M. Z. Yousaf, "Long life power factor corrected LED driver with capacitive energy mechanism for street light applications," *Sustainability*, vol. 15, no. 5, p. 3991, 2023. Disponível em: https://doi.org/10.3390/su15053991

[18] M. Boi, R. A. Mastromauro, A. Floris, e A. Damiano, "Integration of sodium metal halide energy storage systems in telecommunication microgrids: performance analysis of DC-DC converter topologies," *Energies*, vol. 16, no. 5, p. 2169, 2023. Disponível em: https://doi.org/10.3390/en16052169

[19] X. Zeng, C. Chen, L. Yang, W. Chen, Q. Chen, e Y. Huang, "Design of isolated bi-directional DC-DC converter for aerospace," em *2023 IEEE 2nd International Power Electronics and Application Symposium (PEAS)*. IEEE, 2023, pp. 1757–1762.

[20] C. N. K. Reddy e C. S. Babu, "Experimental analysis of boost converter performance with nonideals for sustainable energy applications," *International Journal of Nanotechnology*, vol. 20, no. 5-10, pp. 536–555, 2023. Disponível em: https://doi.org/10.1504/IJNT.2023.134011

[21] S. B. Santra, D. Chatterjee, e Y. P. Siwakoti, "Coupled inductor based soft switched high gain bidirectional DC-DC converter with reduced input current ripple," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 70, no. 2, pp. 1431–1443, 2023. Disponível em: https://doi.org/10.1109/TIE.2022.3156153

[22] F. L. Luo, H. Ye, e M. H. Rashid, *Digital power electronics and applications*. Elsevier, 2010.

[23] M. Veerachary e F. Taffesse, "Digital deadbeat controller for coupled inductor boost converter," em *IEEE International Conference on Power, Control and Embedded Systems (ICPCES)*. IEEE, 2010, pp. 1–4. Disponível em: https://doi.org/10.1109/ICPCES.2010.5698657

[24] F. Z. Amatoul e M. Er-raki, "Modeling and simulation of electrical generation systems based on pem fuel cell-boost converter using a closed loop PI controller," *Energy Reports*, vol. 9, pp. 296–308, 2023. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.egyr.2023.08.055

[25] A. Daraz, A. Basit, e G. Zhang, "Performance analysis of PID controller and fuzzy logic controller for DC-DC boost converter," *PloS one*, vol. 18, no. 10, p. e0281122, 2023. Disponível em: https://doi.org/10.1371/journal.pone.0281122

[26] Q. Guo, I. Bahri, D. Diallo, e E. Berthelot, "Model predictive control and linear control of DC–DC boost converter in low voltage dc microgrid: An experimental comparative study," *Control Engineering Practice*, vol. 131, p. 105387, 2023. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2022.105387

[27] A. Vazani, H. Mirshekali, N. Mijatovic, V. Ghaffari, R. Dashti, H. R. Shaker, M. M. Mardani, e T. Dragičević, "Composite nonlinear feedback control of a DC-DC boost converter under input voltage and load variation," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 155, p. 109562, 2024. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2023.109562

[28] D. R. Lopez-Flores, J. L. Duran-Gomez, e J. Vega-Pineda, "Discrete-time adaptive PID current controller for wind boost converter," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 21, no. 1, pp. 98–107, 2023. Disponível em: https://latamt.ieeer9.org/index.php/transactions/article/view/6805

[29] P. Verma, M. N. Anwar, M. K. Ram, e A. Iqbal, "Internal model control scheme based voltage and current mode control of DC-DC boost converter," *IEEE Access*, 2023.

[30] H. Al-Baidhani, A. Sahib, e M. K. Kazimierczuk, "State feedback with integral control circuit design of DC-DC buck-boost converter," *Mathematics*, vol. 11, no. 9, p. 2139, 2023. Disponível em: https://doi.org/10.3390/math11092139

[31] M. Benydir, O. M'hand, S. Mouslim, M. Ajaamoum, K. Dahmane, e B. Imoudane, "Implementation and analysis of a fuzzy logic and sliding mode controller on a boost DC/DC converter in a PV array," *International Journal of Renewable Energy Research*, vol. 13, no. 1, pp. 294–301, 2023. Disponível em: https://doi.org/10.20508/ijrer.v13i1.13862.g8683

[32] L. Zhou, Z. Zhou, J. Qi, e W. Han, "Hybrid prediction-based deadbeat control for a high-performance shunt active power filter," *IEEE Access*, vol. 11, pp. 11 118–11 131, 2023.

[33] R. D. Middlebrook e S. Cuk, "A general unified approach to modelling switching-converter power stages," em *IEEE Power Electronics Specialists Conference (PESC)*. IEEE, 1976, pp. 18–34.

[34] I. Barbi, "Modelagem de conversores CC-CC empregando modelo médio em espaço de estados," *Florianópolis: Edição do autor*, 2015.

[35] S. K. Pandey, S. L. Patil, U. M. Chaskar, e S. B. Phadke, "State and disturbance observer-based integral sliding mode controlled boost DC–DC converters," *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, vol. 66, no. 9, pp. 1567–1571, 2018. Disponível em: https://doi.org/10.1109/TCSII.2018.2888570

[36] D. Hart, *Power electronics*. McGraw-Hill New York, 2010.

[37] R. C. Dorf e R. H. Bishop, *Modern control systems*. Pearson Prentice Hall, 2005.