

## Fundação Universidade Federal do Rio Grande

Revista Eletrônica do Mestrado em Educação Ambiental

Rev. eletrônica Mestr. Educ. Ambient.

ISSN 1517-1256

Programa de Pós-Graduação em Educação Ambiental

Volume especial, outubro de 2004.

### Complexidade e a utilização de ferramentas computacionais no ensino e pesquisa<sup>1</sup>

Arion de Castro Kurtz dos Santos

Departamento de Física - FURG

Email: [dfsarion@furg.br](mailto:dfsarion@furg.br)

Página da palestra: <http://www.fisica.furg.br/arion/implementando ambientes>

#### RESUMO

O artigo, tendo como ênfase as visões de Checkland (1981) e Gell-Mann (1996), contextualiza o que se entende por complexidade dentro da Ciência. Mostra como a complexidade pode ser tratada com a utilização de ferramentas computacionais, enfatizando o uso da ferramenta STELLA (Wallis, J., Chichakly, K., Peters S., & Richmond B., 1985, 1987, 1988, 1990-98, 2000, 2001) e em particular a possibilidade de uso dos simuladores no ensino e pesquisa em Educação. Discute a complexidade de comportamentos dinâmicos, obtida a partir de estruturas dinâmicas simples, onde são tratados os casos do caos na equação logística e do atrator de Lorenz. Finalmente, discute a complexidade estrutural do modelo MUNDO3 (Meadows, 1974) e a possibilidade de obtenção de comportamentos dinâmicos simples e complexos tendo como base uma estrutura dinâmica considerada complexa.

#### Complexidade e emergência

O mundo é um complexo gigante com conexões densas entre as partes. Não podemos lidar com ele dessa forma e somos forçados a separar em áreas que podemos examinar isoladamente, assumindo que esta divisão não distorceria o fenômeno estudado. Nosso conhecimento foi então dividido em diferentes matérias ou disciplinas.

---

<sup>1</sup> Trabalho financiado pelo CNPq.

Segundo Checkland (1981) Auguste Comte classificou as ciências naturais na seguinte ordem: matemática, astronomia, física, química, ciências biológicas, e finalmente sociologia. Essa visão considerava que uma ciência era mais complexa do que a outra que a precedia, mas mostrava suas próprias leis irreduzíveis. Psicologia, e o conceito de consciência, trariam um nível mais alto de complexidade e a vida social exibiria ainda níveis mais altos. Os princípios por trás dessa classificação são a ordem histórica da emergência nas ciências e o crescente grau de complexidade.

Conforme Checkland (1981) o vitalismo era uma corrente que admitia que as substâncias complexas só poderiam ser feitas pela intervenção de uma força 'vital' misteriosa. O vitalismo terminou quando foi mostrado que um componente orgânico poderia ser criado simplesmente pelo aquecimento de uma substância que tinha sido feita de materiais inorgânicos. Experimentos conduziram à eliminação da necessidade de explicar a complexidade invocando o vitalismo.

Popper (ap. Checkland, 1981) afirmou que não há processo biológico que não possa ser correlacionado em detalhe com qualquer processo físico ou não possa ser progressivamente analisado em termos físico-químicos. Mas nenhuma teoria pode explicar a emergência de um problema novo. Os problemas de organismos não são físicos: não são coisas físicas, nem leis físicas, nem fatos físicos. São realidades biológicas específicas; eles são 'reais' no sentido de que sua existência pode ser a causa de efeitos biológicos.

Os resultados substantivos do movimento de sistemas são ainda escassos. Mas a existência do movimento é uma resposta a inabilidade da ciência reducionista de lidar com várias formas de complexidade. É uma tentativa de reter muito da tradição da ciência mas suplementando esta ao lidar com problemas de irreduzível complexidade via formas de pensamento baseado em todos e suas propriedades que complementam o reducionismo científico.

A biologia está agora consolidada como uma ciência autônoma que não é redutível à química e física. Esse fato estabelece a aceitação do pensamento sistêmico. Com o microscópio se descobriu a existência das células, o que conduziu à visão moderna de que as coisas vivas possuem uma hierarquia de estruturas na seqüência: moléculas, organelas (entidades específicas que fazem a organização das células), células, órgãos, o organismo. Nessa hierarquia o organismo parece marcar uma borda, tendo identidade como entidade completa, separado do resto do mundo. Uma demonstração de que todas as células e órgãos podem ser explicados em termos de fatos conhecidos da física e química não acaba com a existência de organismos como entidades a serem estudadas.

A forma de uma maçã, apesar de resultar de processos que operam ao nível das células, organelas, e moléculas orgânicas que fazem parte da macieira e explicáveis em termos desses processos, não fazem sentido em níveis inferiores de descrição. Os processos nesses níveis resultam em uma saída que sinaliza a existência de um novo nível estável de complexidade - este da maçã como um todo - que tem propriedades emergentes, uma delas sendo sua forma.

Segundo Odum (1988) as propriedades emergentes aparecem quando os componentes ou subconjuntos combinam-se para produzir sistemas maiores. Estas propriedades não estão no nível inferior de organização, portanto não podem ser previstas a partir do estudo dos componentes desse nível ou unidade. Para a modelagem de sistemas ecológicos complexos, em muitos casos, bastam informações sobre umas poucas variáveis para permitirem a construção de modelos eficazes, isto porque as propriedades emergentes freqüentemente dominam uma grande parte da ação nesses sistemas.

### **Complexidade e granulação grosseira**

Gell-Mann (1996) coloca que os termos simplicidade e complexidade são opostos, lançando a pergunta difícil de se responder: em que sentido a gravitação einsteiniana é simples enquanto que um peixinho dourado é complexo? Segundo o autor pode haver a necessidade de se definir diversos tipos diferentes de complexidade. Na ecologia de ecossistemas, complexidade está relacionada com a extensão de uma descrição, por exemplo, de uma floresta. Para chegar a uma noção muito elementar de complexidade pode-se contar o número de espécies de árvores existentes, pássaros ou mamíferos e insetos. Além dessa contagem seriam incluídas ainda as interações entre organismos como a predador e presa, parasita e hospedeiro, polinizador e polinizado, dentre outras. A complexidade está relacionada com o tamanho da descrição. Mas ainda caberia perguntar até que nível de detalhes eles contariam. Olharíamos para os microorganismos e vírus da floresta? Teríamos necessariamente que parar em um certo nível. A definição de complexidade necessita da especificação do nível de detalhe com que o sistema é descrito, sendo ignorados os detalhes mais finos. Gell-Mann chama isso de “granulação grosseira”. Como em uma fotografia de alta granulosidade. Uma ampliação pode mostrar os grãos fotográficos individuais. Assim a descrição é usada efetivamente como uma medida da complexidade. Qualquer definição de complexidade depende necessariamente do contexto, e é mesmo subjetiva. “Complexidade rudimentar” é definida como o tamanho da mensagem mais curta que descreverá o sistema, para um dado nível de granulosidade grosseira, para alguém distante, empregando uma linguagem comum repartida por ambas as partes.

A definição de granulação grosseira que devemos dar à descrição, em outras palavras, o que deverá ficar fora das bordas de nosso sistema é o que determinará a complexidade do modelo que estamos desenvolvendo para descrever uma situação. Assim, a abrangência da maior diversidade refletirá num aumento da complexidade da descrição.

### **Lidando com a complexidade com ferramentas computacionais**

Deve ser tarefa atual do movimento de sistemas trabalhar na direção de uma versão de pensamento sistêmico dentro do qual possamos nos sentir ‘em casa’ do ponto de vista positivista. A posição de anti-redutibilidade é, para muitas pessoas, impossível de se aceitar porque quebra com as defesas de um fisicalismo simples sem oferecer uma alternativa para colocar no lugar. Dentro dessa idéia entendemos que a modelagem computacional, através da utilização de ferramentas computacionais como WLINKIT, VISQ e STELLA, por exemplo, oferece a possibilidade de trabalharmos com a complexidade do ponto de vista de estrutura dinâmica ou comportamento dinâmico, através de uma abordagem que nasce com características positivistas ou reducionistas, mas que se afasta dessas quando passa a considerar a emergência. As ferramentas VISQ e STELLA, com suas respectivas metáforas, podem representar modelos que foram desenvolvidos para possibilitar a percepção do todo. As ferramentas a seguir são apresentadas em detalhes em <http://www.fisica.furg.br/modelciencias> tendo sido tratadas em detalhes em vários artigos do autor, que podem ser consultados em <http://www.fisica.furg.br/profecom>.

VISQ – Variáveis que Interação de Modo SemiQuantitativo (Kurtz dos Santos, 1995) - utiliza a matemática das redes neurais para animar diagramas causais na tela do computador.

O programa WLINKIT (Sampaio, 2000) é similar ao VISQ, porém constitui-se em um aperfeiçoamento de VISQ no que diz respeito aos tipos de variáveis e elos.

STELLA é acrônimo para "Structural Thinking Experimental Learning Laboratory with Animation" (Wallis, J., Chichakly, K., Peters S., & Richmond B., 1985, 1987, 1988, 1990-98, 2000, 2001), que pode ser traduzido como: Laboratório de Aprendizagem Experimental com Animação para o Pensamento Sistêmico, é uma ferramenta de modelagem quantitativa que usa a metáfora de tanques, válvulas e canos. Há uma versão de STELLA disponível no ModelCiências em <http://www.sf.dfis.furg.br/modelciencias/bin/downloads/stelnsav.zip><sup>2</sup>. Você poderá obter no ModelCiências manuais sobre como utilizar STELLA.

### **A complexidade de comportamentos dinâmicos, obtida a partir de estruturas dinâmicas simples**

Chamamos de estrutura dinâmica ao encanamento essencial - a topologia de tanques, canos e torneiras que se utiliza no STELLA para representar sistemas dinâmicos. Assim, as figuras 2 e 5 mostram estruturas dinâmicas que representam situações que estudaremos. Um modelo pode apresentar uma estrutura dinâmica simples ou complexa dependendo de sua granulação grosseira. Chamamos de comportamento dinâmico o gráfico obtido de evolução temporal da variável principal escolhida. Veja por exemplo a FIGURA 18. Os comportamentos dinâmicos poderão ser simples, quando se pode obter uma equação matemática que os represente, ou complexos quando podem ser obtidos somente por solução computacional, como no caso de curvas complexas ou soluções caóticas como a da FIGURA 3.

Serão explorados, através da ferramenta computacional STELLA, dois casos onde se obtém caos a partir do trabalho com estruturas dinâmicas consideradas simples. São estes: a equação logística e o atrator de Lorenz.

#### **Explorando o Caos na equação logística**

Esta seção foi transcrita de Kurtz dos Santos, A. C. et al. (2002), onde maiores detalhes poderão ser consultados.

Segundo Gleick (1987), onde inicia o caos a Ciência clássica termina. Por muito tempo os cientistas não souberam explicar desordens que apareciam em sistemas dinâmicos, tais como turbulências na atmosfera, as flutuações das populações selvagens, as oscilações do coração e cérebro. Diversos economistas, matemáticos, físicos, biólogos, químicos, ecólogos e psicólogos procuraram conexões entre diferentes tipos de irregularidades.

Ao longo do desenvolvimento científico o trabalho com caos tem gerado técnicas especiais de uso do computador e tipos especiais de imagens gráficas que capturam a estrutura da complexidade.

Epidemias tendem a vir em ciclos, regulares ou irregulares. Sarampo, pólio, rubéola. Todas aumentam e diminuem em frequência. Médicos na Inglaterra observaram oscilações

---

<sup>2</sup> Versão do STELLA 'no save' distribuída conforme autorização [T20030829001GZ52305] de Joy Richmond, Diretor de Educação da High Performance Systems.

que seguiram um modelo não linear (logístico) (veja FIGURA 1). Caos foi encontrado em registros de epidemia de sarampo na cidade de Nova York e em 200 anos de flutuações da população canadense de Lince.

As equações diferenciais descrevem processos que mudam suavemente com o tempo, mas são difíceis de serem computadas. As equações de diferenças, mais simples, podem ser usadas para processos que pulam de estado para estado.

Métodos ingênuos da Biologia de populações poderiam sugerir uma função que aumenta a população por uma certa porcentagem a cada ano. Essa seria a função linear

$$p_{\text{próximo}} = kp$$

e seria o esquema clássico Malthusiano de crescimento populacional.

Uma modificação do modelo linear anterior seria

$$p_{\text{próximo}} = kp(1 - p), \text{ que pode ser escrita como: } p_{\text{próximo}} = kp - kp^2,$$

que é a equação de diferença, logística, com  $k$  representando uma taxa de crescimento.

O termo  $1 - p$  mantém o crescimento dentro de limites, desde que se  $p$  aumenta  $1 - p$  diminui. Nesse modelo abstrato a “população” é expressa como uma fração entre zero e um. Zero representando a extinção e um a maior população concebida. O parâmetro  $k$  representa a quantidade de não linearidade. Nos sistemas físicos poderia ser a quantidade de aquecimento ou o atrito.

Becker, K. & Dörfler, M. (1990) propõem o esquema da FIGURA 1 que evidencia como ocorre a iteração na equação logística. Note que o novo valor de população  $p_{n+1}$  é obtido somando-se ao valor anterior  $p_n$  da população o termo  $k * p_n * (1 - p_n)$ .

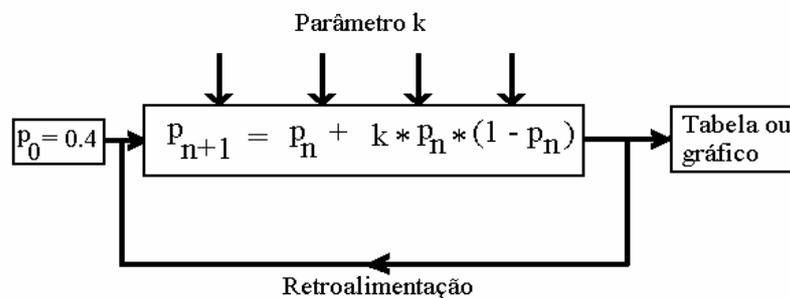


FIGURA 1 – Esquema mostrando a iteração na equação logística.

### Evolução temporal da População

Iniciaremos com o modelo em STELLA, muito simples em termos estruturais, representado na FIGURA 2. O modelo apresenta uma estrutura com um nível apenas, e uma equação algébrica de taxa que inclui o termo não linear  $P^2$  ( $P * P$ ).

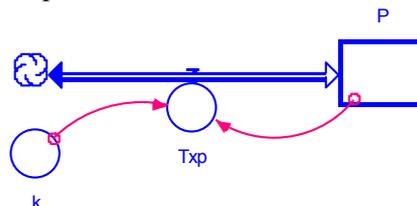


FIGURA 2 – Modelo para a evolução da População com o tempo.

As equações serão dadas por

$$P(t) = P(t - dt) + (Txp) * dt$$

$$\text{INIT } P = 0.001$$

$$Txp = k * P * (1 - P)$$

onde  $k$  poderá assumir diversos valores a critério da região que se queira analisar.

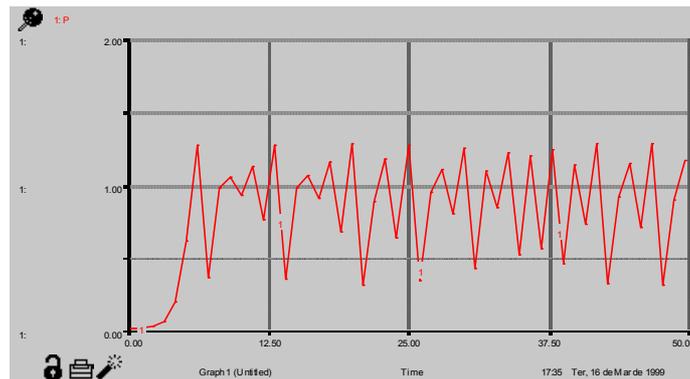


FIGURA 3 – Regime Caótico com  $k = 2,75$ .

Note que a medida que o tempo passa a população assume valores totalmente distintos a cada iteração. A esse comportamento chamamos de regime caótico.

### Representação gráfica comumente encontrada nos livros sobre caos

O nível do parâmetro  $k$  deve ser plotado horizontalmente, aumentando da esquerda para a direita. A população deve ser representada verticalmente. Para cada parâmetro, plota-se um ponto representando o resultado final, após o sistema alcançar o equilíbrio. À esquerda, onde o parâmetro é baixo, esse resultado será somente um ponto, assim parâmetros diferentes produzem uma linha aumentando levemente da esquerda para direita. Quando o parâmetro passa do primeiro ponto crítico, nota-se que aparecem duas populações: a linha separa-se em duas, fazendo um garfo. Com o parâmetro aumentando, o número de pontos dobra novamente e então novamente.

Além de certo ponto, o “ponto de acumulação”, a periodicidade dá caminho para o caos, flutuações que nunca cessam como as da FIGURA 3. Se estivéssemos seguindo uma população governada por essas equações não lineares, pensaríamos que as mudanças de ano a ano seriam absolutamente ao acaso.

Para valores de  $k$  maiores do que 1 algo surpreendente e inesperado acontece:  $p$  pode se tornar maior do que 1! Matematicamente ainda apresenta significado. Infelizmente isso ilustra uma restrição sobre nossos exemplos como o do sarampo, porque não podemos ter mais de 100% de crianças infectadas.

Podemos, agora, solicitar um diagrama que mostre  $p$  como função de  $k$ . Veja o mapa obtido na FIGURA 4 a seguir.

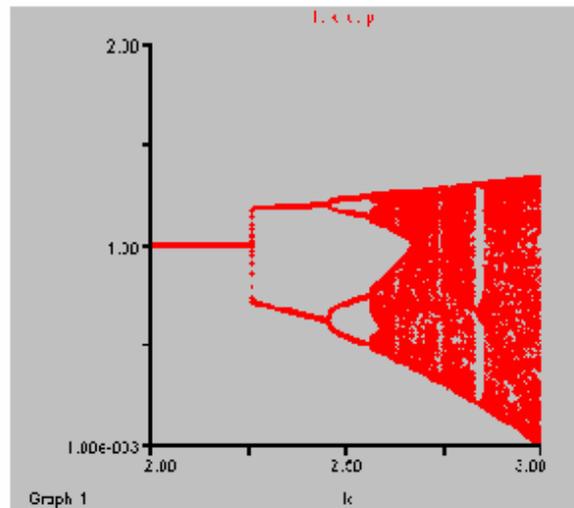


FIGURA 4 – Diagrama de p contra k, tradicionalmente encontrado na bibliografia sobre Caos.

Vemos que para k entre 2,75 e 3 obtemos o regime caótico que está apresentado pela área larga da FIGURA 4. Note que dentro dessa região ainda existem regiões com falhas onde o caos parece desaparecer. A estrutura dinâmica da FIGURA 1 embora muito simples, com uma equação algébrica de taxa, não linear, produziu um comportamento dinâmico considerado complexo. Isso mostra que mesmo os sistemas mais simples, desde que apresentem não linearidade, podem produzir comportamentos complexos. Como conhecemos a equação matemática que rege tal sistema, este pode ser considerado determinístico e o caos obtido na região considerada pode ser chamado de caos determinístico.

### Atrator de Lorenz

Segundo Dörfler & Becker (1989), Lorenz em 1963 descreveu uma família de três equações diferenciais particulares com parâmetros **a**, **b**, **c**:

$$\begin{aligned} x' &= a*(y - x) \\ y' &= b*x - y - x*z \\ z' &= x*y - c*z. \end{aligned} \quad (1)$$

Nesse grupo de equações  $x'$  representa  $dx/dt$ ;  $y'$ ,  $dy/dt$  e  $z'$ ,  $dz/dt$ .

Essas equações apresentam soluções muito complicadas. As conexões e as dependências dos parâmetros poderão ser elucidadas somente através de métodos computacionais gráficos.

Froyland (1992) afirmou que o modelo de Lorenz foi originalmente construído ao truncar-se a expansão de Fourier das equações de Navier-Stokes. Bergé (1984) demonstra que o modelo de Lorenz é obtido a partir das equações que descrevem o fenômeno convectivo que acopla a velocidade  $v$  de um elemento de fluido a sua perturbação na

temperatura. As equações são derivadas ao considerar-se o balanço local de momento (equação de Navier-Stokes), de massa (equação da continuidade), e de calor<sup>3</sup>. O modelo de Lorenz tornou-se um tipo de laboratório, pois contém de modo simples muitos dos aspectos fundamentais dos modelos não lineares. Em particular apresenta regiões de turbulência ou caos determinístico.

As mesmas equações do movimento (1) são apresentadas por Froyland (1992) como:

$$\begin{aligned}x' &= -\sigma(x - y) \\y' &= (r - z)x - y \\z' &= x*y - b*z\end{aligned}\quad (2)$$

onde  $x$ ,  $y$  e  $z$  são funções reais do tempo e  $\sigma$ ,  $r$  e  $b$  parâmetros reais positivos, equivalentes aos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  definidos por Becker & Dörfler (1989).

O parâmetro  $\sigma$  é o número de Prandtl, uma quantidade adimensional que depende da natureza do fluido e, em menor extensão, de sua temperatura. Para a água seu valor é entre 5 e 10. Para certos óleos de silicone  $\sigma$  é maior do que 100.

O parâmetro  $r$  é o número de Rayleigh e está diretamente relacionado à temperatura. Ao variar-se a diferença de temperatura aplicada pode-se modificar a importância relativa dos efeitos não lineares.

A maior parte dos experimentos numéricos tem sido realizada fixando-se  $\sigma = 10$  e  $b = 8/3$ , permitindo que o número  $r$  de Rayleigh seja o único parâmetro a ser variado. Nessa seção também seguiremos essa prática, embora nosso simulador (veja na seqüência) permitirá que todos os parâmetros e valores iniciais possam ser variados.

### Construção do modelo

Como um dos objetivos é a construção em STELLA do modelo para as equações de Lorenz passaremos imediatamente para essa construção, deixando a possível interpretação física do fenômeno e a análise do comportamento dinâmico para a seqüência do texto.

Na FIGURA 5 apresentamos o modelo em STELLA. Note que as taxas devem ser construídas como “chegando” aos níveis (FIGURA 6). Isto é, da taxa para o nível devendo, posteriormente, ser definidas como BIFLOW (fluxo duplo). A FIGURA 5 mostra como o modelo deve ser construído. Posteriormente é na caixa de diálogo da definição da taxa que se define o fluxo como BIFLOW.

---

<sup>3</sup> Detalhes da demonstração da obtenção das equações de Lorenz poderão ser obtidos em Bergé (1984).

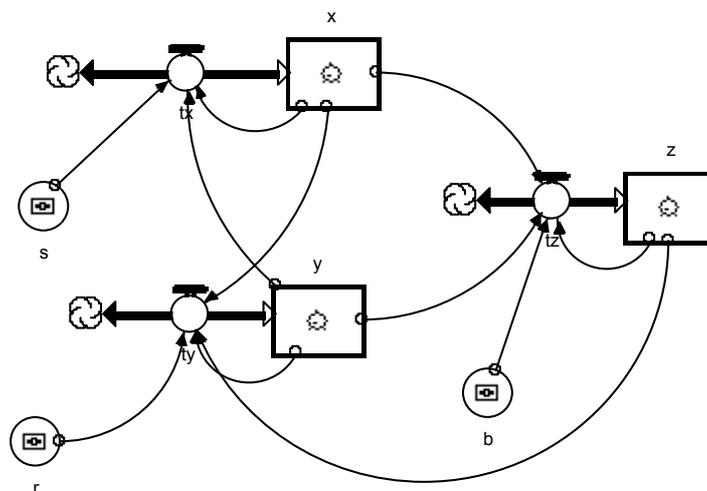


FIGURA 5 – Modelo em STELLA para as equações de Lorenz. Note que foram criadas as taxas  $t_x$ ,  $t_y$  e  $t_z$ . As taxas devem ser escolhidas como “BIFLOW” e os tanques devem poder ser negativos, opção desmarcada na caixa de diálogo<sup>4</sup>.

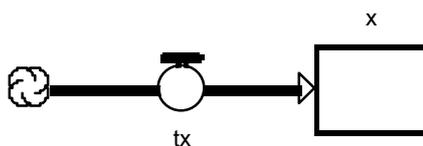


FIGURA 6 – Modo como deve ser construído inicialmente o par taxa e nível, deixando para depois a definição de  $t_x$  como BIFLOW. O mesmo deverá ser feito para  $y$  e  $z$ .

A representação da FIGURA 5 permite que o conjunto de equações apresentado na Tabela 1 possa ser trabalhado de modo semiquantitativo através do diagrama de taxas e níveis. É possível levar o aluno ao entendimento do conjunto de equações de forma visual e intuitiva, sem necessitar o conhecimento de Cálculo. Esse trabalho pode ser complementado com o uso de simuladores, como será visto a seguir.

Imagine tanques e torneiras nos lugares das taxas e níveis. Os tanques corresponderão aos níveis de  $x$ ,  $y$  e  $z$ . As torneiras corresponderão às taxas  $t_x$ ,  $t_y$  e  $t_z$ . A *descrição semiquantitativa* das influências poderá ser apresentada do seguinte modo:

- a torneira do tanque  $x$  é influenciada positivamente pelo tanque  $y$  (regula sua ação em função da informação sobre o valor do nível de  $y$ ), e negativamente por seu próprio valor  $x$  (regula sua ação em função da informação sobre o valor de seu próprio nível  $x$ );
- a torneira do tanque  $z$  é influenciada positivamente pelo tanque  $y$  e negativamente por seu próprio valor  $z$ ;
- a torneira do tanque  $y$  é influenciada positivamente pelo tanque  $x$ , negativamente pelo próprio tanque  $y$ , e negativamente, simultaneamente, pelos tanques  $x$  e  $z$ .

As equações do modelo da FIGURA 5, comentadas, no STELLA, na Tabela 1, são as seguintes:

<sup>4</sup> Detalhe técnico de uso do STELLA.

Tabela 1 – Equações no STELLA para o modelo da FIGURA 1.

$x(t) = x(t - dt) + (tx) * dt$	Valor atual de $x(t)$ é o valor anterior $x(t-dt)$ mais $(tx)*dt$ que é o quanto $x$ variou no intervalo de tempo $dt$ . Corresponde a integração da taxa $tx$ .
INIT $x = 1$	Valor inicial de $x$ .
$tx = -s*(x - y)$	Taxa de $x$ .
$y(t) = y(t - dt) + (ty) * dt$	Valor atual de $y(t)$ é o valor anterior $y(t-dt)$ mais $(ty)*dt$ que é o quanto $y$ variou no intervalo de tempo $dt$ . Corresponde a integração da taxa $ty$ .
INIT $y = 1$	Valor inicial de $y$ .
$ty = (r - z)*x - y$	Taxa de $y$ .
$z(t) = z(t - dt) + (tz) * dt$	Valor atual de $z(t)$ é o valor anterior $z(t-dt)$ mais $(tz)*dt$ que é o quanto $z$ variou no intervalo de tempo $dt$ . Corresponde a integração da taxa $tz$ .
INIT $z = 1$	Valor inicial de $z$ .
$tz = x*y - b*z$	Taxa de $z$ .
$b = 8/3$	Valor do parâmetro $b$ .
$r = 28$	Valor do parâmetro $r$ - número de Rayleigh
$s = 10$	Valor do parâmetro $s$ representando $\sigma$ - número de Prandtl.

Procure comparar as equações da Tabela 1 com o modelo da FIGURA 5 e com as equações (2) de Lorenz colocadas no início da seção. Não se preocupe com os símbolos no meio dos níveis e dos conversores enquanto estiver desenvolvendo seu modelo. Estes aparecerão somente quando da construção de simuladores no STELLA.

Ao executar seu modelo você poderá solicitar gráficos da evolução temporal das variáveis  $x$ ,  $y$  e  $z$ , bem como diagramas de fase  $x$  versus  $y$ ,  $x$  versus  $z$  e  $y$  versus  $z$ . Considere  $dt$  igual a 0.01 e o tempo máximo de simulação igual a 30. Ao executar o modelo você obterá gráficos como o da FIGURA 7, que mostra que a evolução temporal de  $x$  exibe a aparência irregular do comportamento caótico.

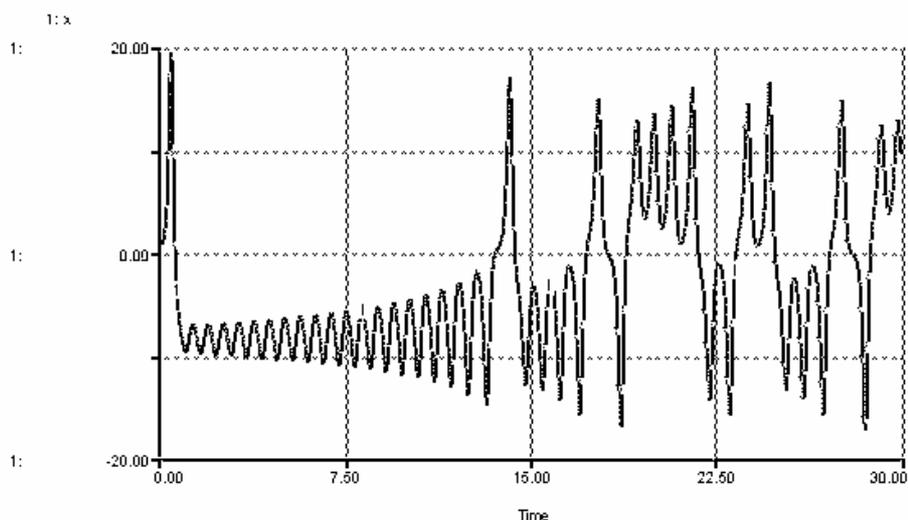


FIGURA 7 – Comportamento dinâmico de  $x$  para as equações de Lorenz. Note a evolução desordenada às vezes em torno de um valor e outras em torno de outro.

O comportamento dinâmico da FIGURA 7 mostra uma série temporal da variável  $x$ , onde podemos observar como a trajetória se move ao redor de um ponto fixo e logo passa para o outro, e assim sucessivamente, sem tender nunca a um comportamento previsível em longo prazo.

### Interpretação física e simulador

Lorenz considerou o conjunto de equações como uma explicação racional para a imprevisibilidade do clima na Meteorologia. A idéia do modelo é a seguinte: a Terra é aquecida pelo Sol e parte da energia recebida pela superfície da Terra é absorvida e aquece a parte baixa da atmosfera. Na parte de cima, a atmosfera é resfriada por radiação para o espaço. As camadas aquecidas mais baixas do ar, tendem a subir, e as mais frias, tendem a descer. Esse fenômeno de transporte, com camadas oscilantes de ar frio e quente, poderá conduzir ao comportamento turbulento da atmosfera.

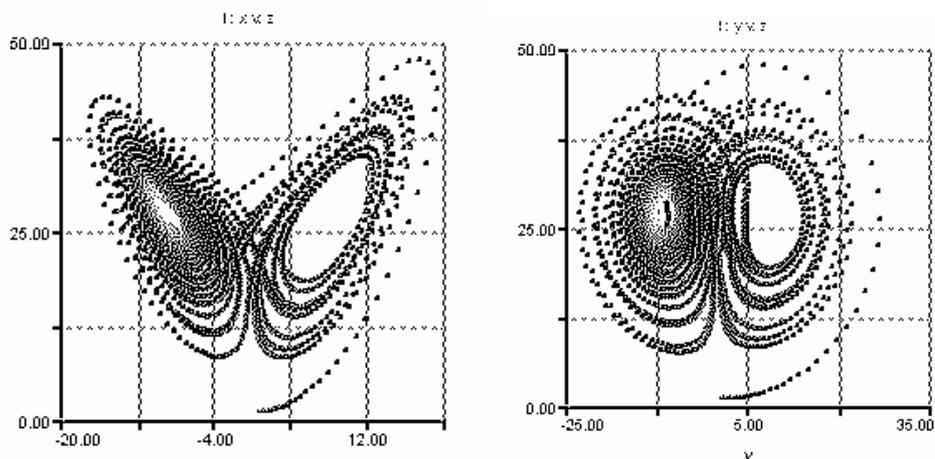


FIGURA 8 – Trajetórias no espaço de fase, respectivamente,  $z$  versus  $x$  e  $z$  versus  $y$  para as equações de Lorenz, para o caso de  $b = 8/3$ ,  $r = 28$  e  $s = 10$ .

Ao solicitarmos os espaços de fase (FIGURA 8), escolhendo gráficos do tipo *Scatter*, definidos par a par, verificamos que o ponto na tela circula primeiro em torno de um dos pontos fixos no qual a forma de dois lóbulos se desenvolve. Repentinamente muda para o outro lado, caminha, desenhando sua linha em torno do outro ponto fixo e retorna, novamente, para contornar o primeiro ponto fixo. O comportamento do caminho seguido no espaço de fase, em particular a mudança de um lóbulo para o outro é algo que não podemos prever nos instantes que seguem.

Gleick (1988) considera que um ponto movendo-se ao longo de sua trajetória no espaço de fase, em torno de elos, ilustra a lenta e caótica rotação de um fluido modelado pelas três equações para a convecção de Lorenz. Devido ao fato de o sistema ter três variáveis independentes  $x$ ,  $y$  e  $z$ , esse atrator encontra-se no espaço tri-dimensional. Um tipo de espiral dupla, como um par de asas de borboleta (FIGURA 8). Quando o aumento do calor empurra o fluido em uma direção, a trajetória permanece na asa direita: quando o movimento pára e é revertido, a trajetória atravessa para a outra asa. O atrator é não periódico. Toda a trajetória segue um caminho nesse atrator, porém o caminho concreto seguido é imprevisível, e muito instável. A trajetória dobra-se sobre si mesma de um modo muito complexo. Parece que a curva corta a si mesma muitas vezes, porém isso é consequência de se mostrar o diagrama de fase tridimensional somente em duas dimensões. De fato, as leis da mecânica impedem que uma trajetória no espaço de fase corte a si mesma, por maior que ela seja.

Becker & Dörfler (1989) consideram que embora esse modelo simples não seja capaz de explicar a termodinâmica complexa e os mecanismos que acontecem na atmosfera, ele estabelece dois pontos:

- ilustra a impossibilidade básica da predição do clima com precisão e
- reforça a esperança de que comportamentos muito complexos possam talvez ser entendidos através de modelos matemáticos simples.

A FIGURA 9 mostra um simulador que pode ser construído com os objetos disponíveis no menu do STELLA (veja o topo da figura). Tendo como base o modelo da FIGURA 8, foi possível construir este simulador, que pode ser acionado através dos botões de clicar, deslizantes e de rádio. Com os botões deslizantes podemos definir as constantes  $s$ ,  $b$ ,  $r$ . Com os botões de rádio podemos definir os valores iniciais dos níveis  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Foram definidos botões para iniciar e parar a simulação bem como diagramas causais que servem de base para o modelo. Gráficos de evolução temporal e diagramas de fase podem ser observados diretamente no simulador. A mudança das condições iniciais pode ser feita de modo intuitivo nos botões observando e comparando as saídas gráficas.

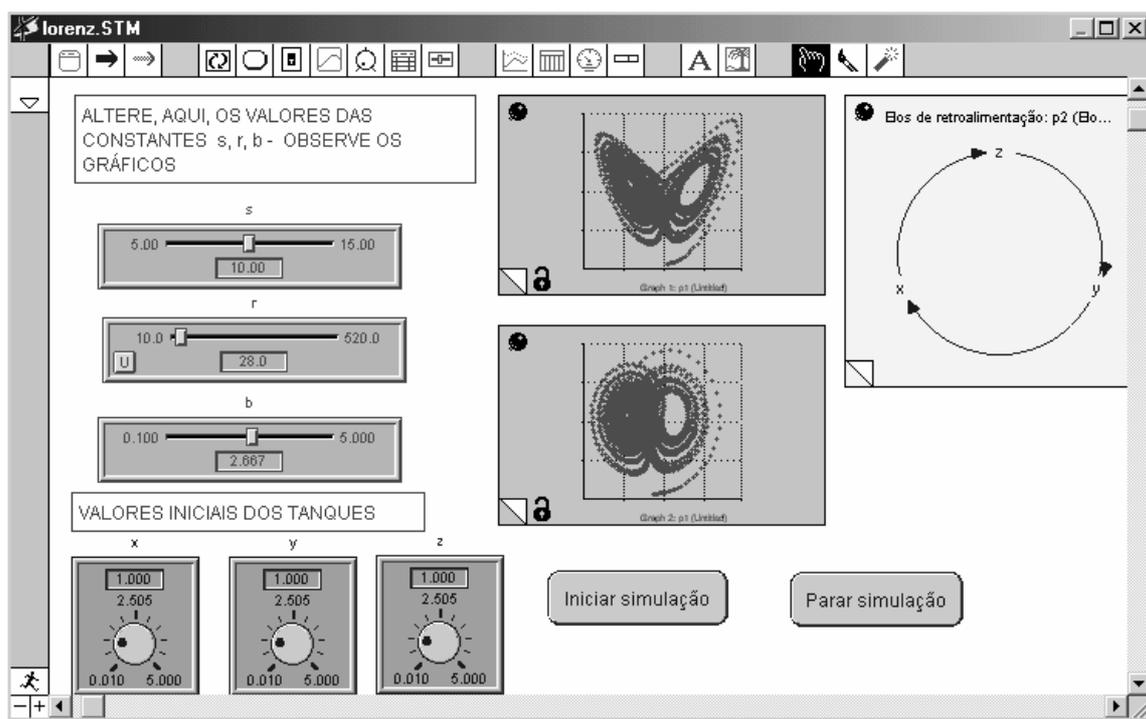


FIGURA 9 – Simulador para as equações de Lorenz no STELLA.

O usuário é livre para construir seu simulador, e este é apenas um possível exemplo. Evidentemente podemos construir simuladores para quaisquer modelos desenvolvidos com STELLA.

Os simuladores permitem o trabalho no modo exploratório (Kurtz dos Santos, A. C. et al, 1993 e Kurtz dos Santos, 1995) com a imediata comparação dos comportamentos dinâmicos para diferentes constantes e valores iniciais definidos no modelo.

As figuras a seguir, mostram, respectivamente, o espaço de fase para valores distintos de  $r$  mantendo-se  $s = 10$  e  $b = 8/3$ . Esses comportamentos poderão ser trabalhados com os alunos, no modo exploratório. O simulador permite que diversas variações possam ser visualizadas, não apenas as aqui trabalhadas.

Na FIGURA 10, para  $r = 13.56$ , temos uma órbita apenas em torno de um dos pontos fixos.

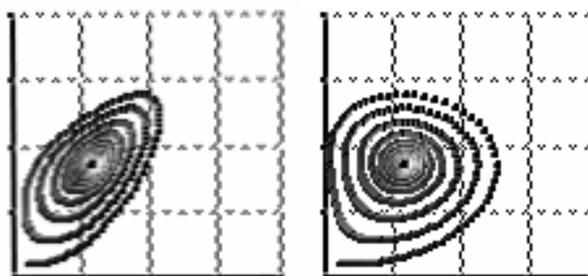


FIGURA 10 – Espaço de fase no STELLA considerando  $r = 13.56$ ,  $s = 10$  e  $b = 8/3$ .

Uma análise da evolução temporal dos níveis permite verificar que há uma busca por objetivo com o passar do tempo.

Aumentando-se o  $r$  para 24.06, a órbita tende a se concentrar mais próxima de um dos pontos fixos, apresentando característica semelhante à anterior (FIGURA 11).

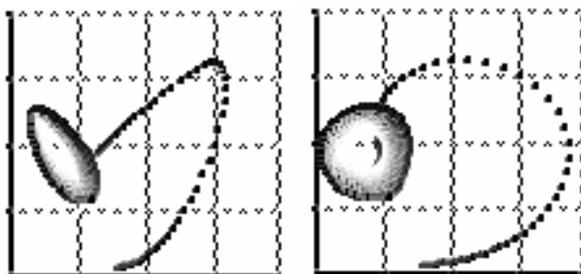


FIGURA 11 – Espaço de fase no STELLA considerando  $r = 24.06$ ,  $s = 10$  e  $b = 8/3$ .

O aumento de  $r$  para 27.74 leva a uma bifurcação de Hopf. A órbita se aproxima cada vez mais do ponto e perde a estabilidade, passando para o outro lado (FIGURA 12). Segundo Bergé (1984) para valores baixos de  $r$  as soluções estáveis são estacionárias. Quando  $r$  excede 24.74 as trajetórias projetadas no plano  $Y, Z$  tornam-se órbitas irregulares em torno de pontos que são fixos e instáveis do fluido.

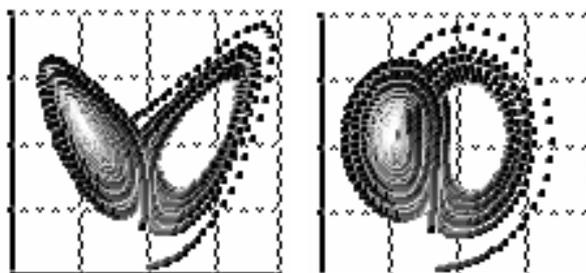


FIGURA 12 – Atrator de Lorenz no STELLA considerando  $r = 27.74$ ,  $s = 10$  e  $b = 8/3$ .

Com o aumento de  $r$  para 28 a órbita mantém as mesmas características da anterior e fica semelhante à da FIGURA 8. Nesse caso observa-se um comportamento dinâmico semelhante ao da FIGURA 7.

Segundo Bergé (1984) o atrator associado com um regime caótico é um *atrator estranho*. Este foi, de fato, o primeiro atrator estranho descoberto e estudado. O atrator de Lorenz não é uma superfície simples, uma vez que sua dimensão fractal<sup>5</sup> é 2,06.

Com o aumento de  $r$  para valores ainda maiores, 163.5 e 500, respectivamente, encontramos órbitas similares, muitas destas tornam-se estáveis como as das figuras 13 e 14, embora com um número menor de voltas em torno dos pontos fixos.

---

<sup>5</sup> A dimensão de uma curva fractal é um número que caracteriza a maneira na qual a medida do comprimento entre dois pontos aumenta à medida em que a escala diminui.



FIGURA 13 – Espaço de fase no STELLA considerando  $r = 163.5$ ,  $s = 10$  e  $b = 8/3$ .

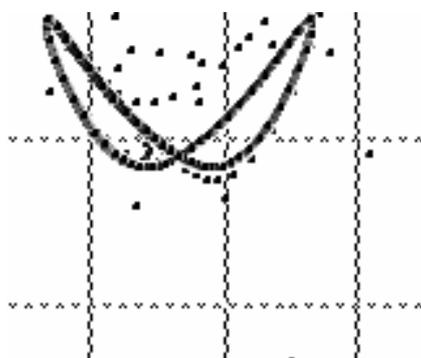


FIGURA 14 – Espaço de fase no STELLA considerando  $r = 500$ ,  $s = 10$  e  $b = 8/3$ .

Vemos que é possível com a utilização do STELLA o estudo, através de simuladores, de sistemas tão complexos quanto aqueles que possam ser representados pelas equações de Lorenz. Com o exemplo aqui apresentado podemos perceber que se pode trabalhar de modo intuitivo com atividades que seriam impossíveis de serem trabalhadas matematicamente com os alunos do ensino médio e universitário básico.

Com a construção de seu próprio simulador você será capaz de fazer diversos testes e obter muitos comportamentos dinâmicos interessantes. Construa seu próprio simulador e explore todas as possibilidades. Surpreenda-se! Será possível, também, observar alguns Applets escritos em JAVA sobre o atrator de Lorenz na Internet. Apenas como exemplo veja o atrator de Lorenz clicando no link <http://www.fisica.furg.br/fisica1/simular/Atract.htm>.

### **A complexidade estrutural do MUNDO3 e a possibilidade de comportamentos dinâmicos simples e complexos**

Gell-Mann (1996) considera que em geral o comportamento de um sistema complexo altamente não-linear pode exibir simplicidade, mas uma simplicidade tipicamente emergente e não óbvia no início de sua evolução. Isto é, para quem apenas analisa a estrutura dinâmica de granulação grosseira considerada complexa. Uma estrutura complexa (topologia) não gerará necessariamente comportamentos dinâmicos considerados complexos das variáveis principais.



natureza. O MUNDO3 é um modelo matemático formal de um sistema social complexo que combina elementos tanto do modelo ecológico quanto do tecnológico de visão de mundo tão bem quanto teorias derivadas de outras disciplinas. Como todos os modelos, ele simplifica o grau de complexidade do sistema socioeconômico total. Contudo, é consideravelmente mais complexo do que alguns modelos mentais, e é um passo a mais na direção de uma maior e melhor compreensão. Os autores olharam para os elementos que são a base necessária e suficiente para representar a maneira como a população humana aproxima-se da capacidade ambiental de suporte. MUNDO3 foi construído para ser simples tanto quanto possível, sem omitir informações necessárias para cumprir os propósitos. Os cinco setores básicos do MUNDO3, mostrados com suas interações na FIGURA 16, são: População, Capital, Agricultura, Recursos e Poluição.

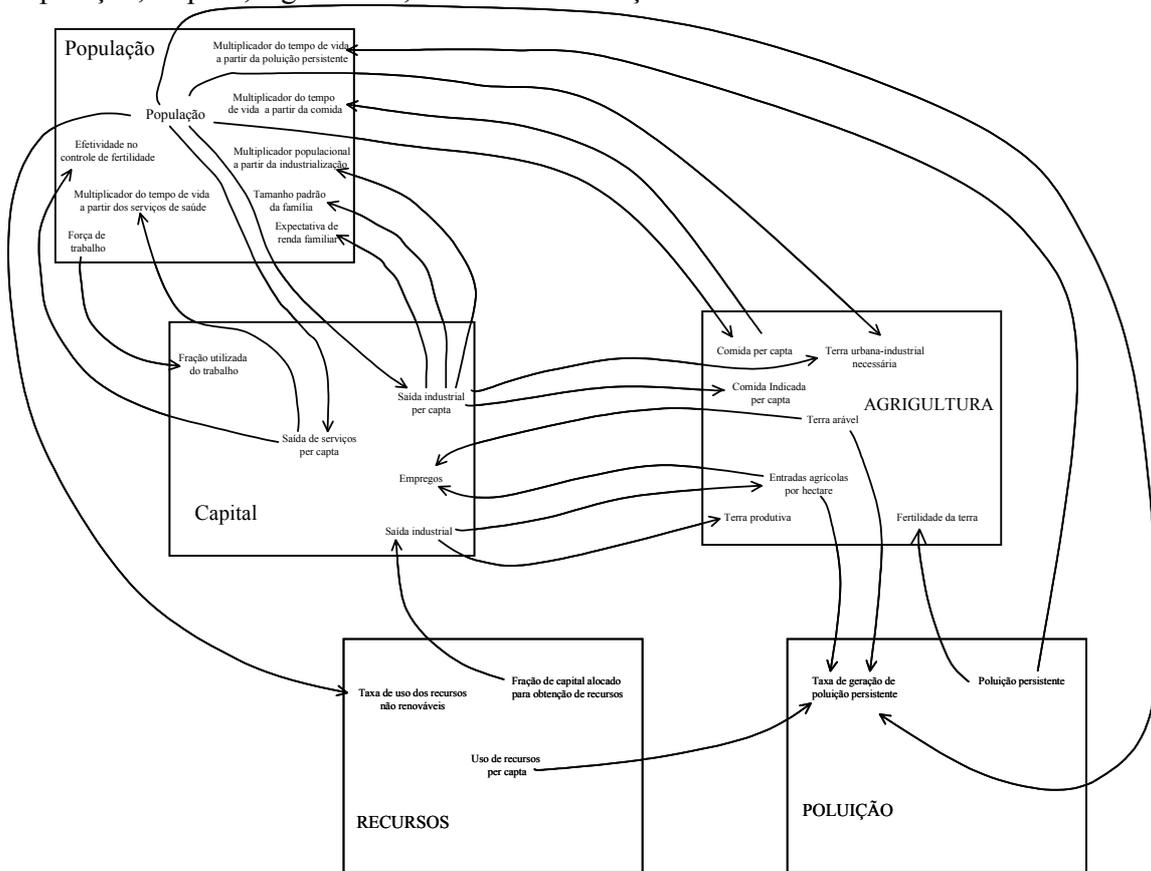


FIGURA 16 - Interações entre os cinco setores básicos do MUNDO3.

A População incorporando os efeitos de toda a economia e fatores ambientais que tem influência na taxa de nascimentos e mortes que determinam o tamanho da população. O Capital incluindo a produção e manufatura de bens industriais, serviços e resultantes da agricultura. A Agricultura, os recursos não renováveis e a poluição são fatores determinantes da capacidade ambiental.

Apresentaremos o WORLD3/2000 EXPLORER, FIGURA 17, traduzido por Vianna, J. C. T. (2004), um programa que fornece uma interface simples para animar o modelo MUNDO3 e recriar os cenários descritos na obra de Meadows.

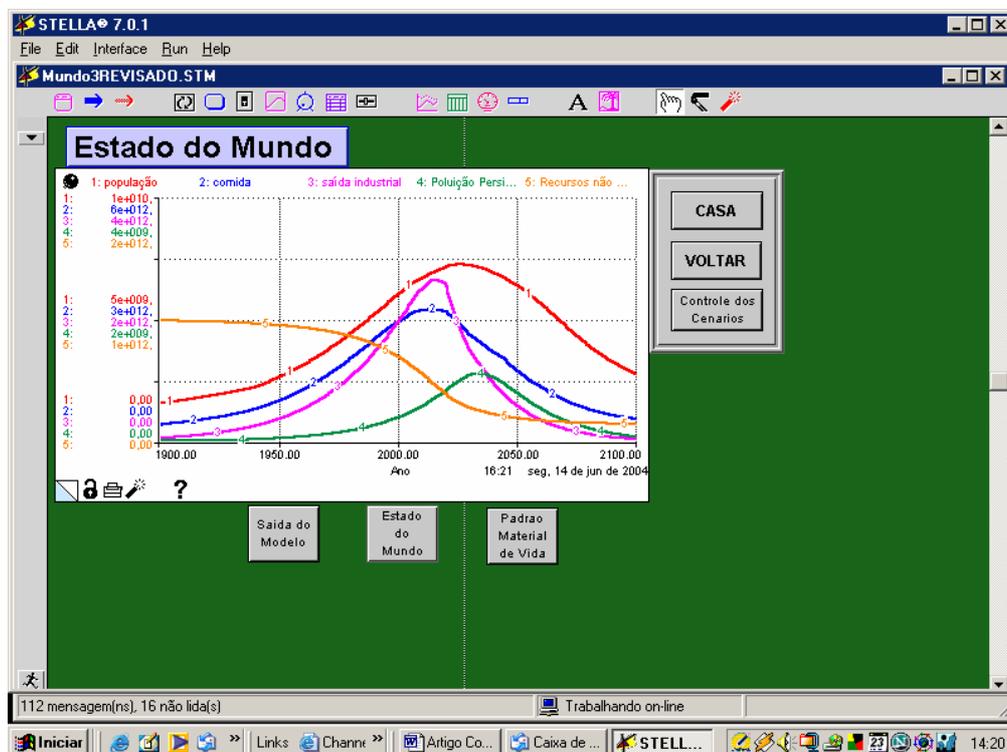


FIGURA 17 – Uma das janelas do WORLD3/2000 EXPLORER mostrando gráfico de execução de referência do modelo MUNDO3 e alguns ícones.

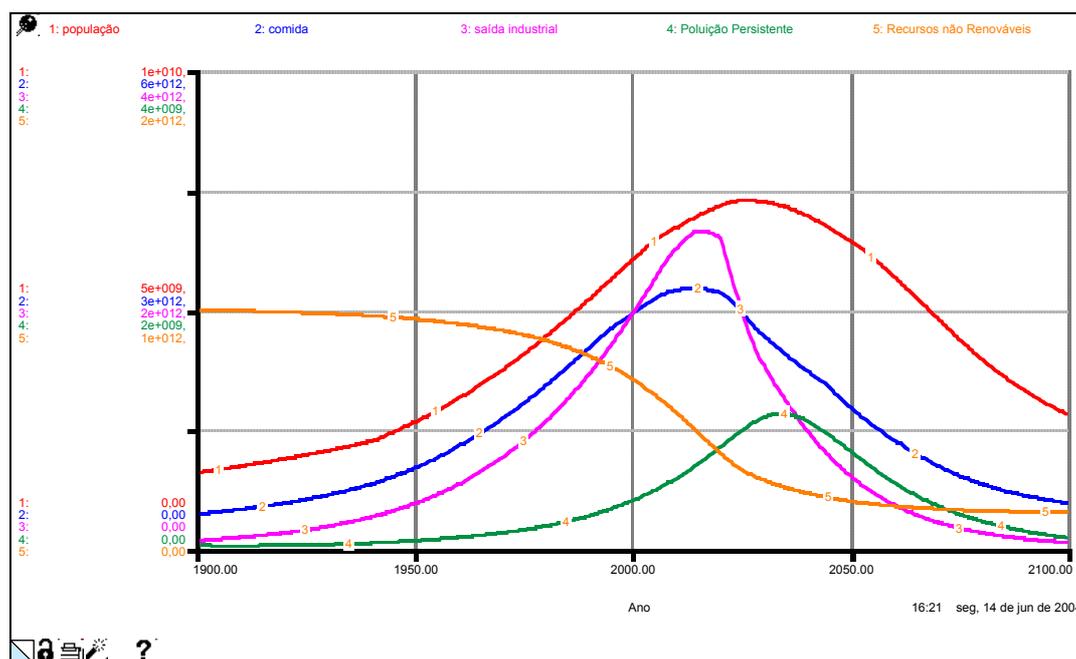


FIGURA 18 – Gráfico com a evolução temporal da execução de cinco variáveis do modelo MUNDO3.

A FIGURA 18 mostra o comportamento de cinco das maiores variáveis do modelo de mundo de referência no período de 1900 a 2100. Essa execução representa o modo de comportamento mais provável do sistema se o processo de industrialização no futuro procedesse de modo muito similar a seu progresso no passado, e se as mudanças nas tecnologias e valores que já foram institucionalizadas continuassem a evoluir. A execução do modelo de referência é mais útil como uma base para comparação à medida que se realizam testes de sensibilidade do modelo a possíveis erros nos valores dos parâmetros e a possíveis mudanças nas tecnologias e valores.

Segundo Meadows (1974), essa execução assume que os valores gerais e políticas que guiaram o sistema de 1900 a 1970 continuariam no futuro. A população global, após alcançar o nível de 1970 de 3,6 bilhões de pessoas, continuaria a crescer para um nível de 6 bilhões no ano 2000 e teria um pico em torno de 7 bilhões no ano 2030. Após esse tempo, a taxa de mortes excederia a de nascimentos e a população declinaria. A comida per capita aumentaria continuamente através do século vinte para mais de 500 kg por pessoa, mas declinaria agudamente após 2015. A saída industrial per capita alcançaria o valor máximo de 375 dólares por pessoa por ano em 2015. O índice de poluição persistente alcançaria o pico de 11 vezes o nível de poluição de 1970 no ano 2035. O comportamento exibido pela execução de referência do modelo é de crescimento e declínio. O crescimento de população e capital passaria seus limites de sustentabilidade e retornaria para o nível de desenvolvimento pré-industrial. O crescimento é parado devido aos efeitos do esgotamento das fontes não renováveis.

Os comportamentos dinâmicos apresentados na FIGURA 18 para o cenário apresentado não podem ser considerados complexos, uma vez que se constituem em curvas bem comportadas, contínuas, e que poderiam ser simuladas por equações matemáticas. Embora estruturalmente o modelo MUNDO3 seja sem dúvida complexo, podemos dizer

que no caso do cenário em questão a simulação apresentou uma simplicidade emergente. Casos ainda mais simples, de crescimento exponencial, por exemplo, podem ser obtidos com a alteração dos parâmetros.

### **Conclusão**

No presente artigo procuramos mostrar o que vem a ser complexidade e como podemos lidar com ela do ponto de vista prático. Três exemplos foram trabalhados: o caos na equação logística; o atrator de Lorenz e o Modelo MUNDO3. O essencial parece ser nos darmos conta de que mesmo os sistemas que apresentem estruturas dinâmicas muito simples, como o da equação logística, podem produzir comportamentos dinâmicos que são considerados complexos por serem não lineares. Por outro lado os sistemas considerados como apresentando estruturas dinâmicas complexas poderão apresentar comportamentos dinâmicos emergentes considerados simples. Estes, se não lineares, poderão apresentar também comportamentos dinâmicos complexos. No texto foram apresentados dois simuladores que foram construídos utilizando-se a ferramenta STELLA. Os simuladores aparecem como ferramentas importantes para o trabalho prático com a complexidade do ponto de vista do ensino e pesquisa em Educação pois, conforme colocado, permitem o trabalho no modo exploratório, com a imediata comparação dos comportamentos dinâmicos para diferentes constantes e valores iniciais definidos no modelo.

### **Bibliografia**

- BECKER, K-H & DÖRFLER, M. *Dynamical systems and fractals – Computer graphics experiments in Pacal*. Cambridge University Press, Cambridge, 1989.
- BERGÉ, P. *Order within Chaos: Towards a Deterministic Approach to Turbulence*. Hermann, Paris, 1984.
- CHECKLAND, P. *Systems Thinking, Systems Practice*. John Wiley & Sons, New York, 1989.
- FORRESTER, J. M. *Principles of systems*. Cambridge: Wright -Allen Press Inc., 1968.
- FORRESTER, J. W. *Principles of Systems*. Productivity Press, Portland, Oregon, 1990.
- FROYLAND, J. *Introduction to Chaos and Coherence*. Institute of Physics Publishing, Bristol, Philadelphia and New York, 1992.
- GELL-MANN, M. *O quark e o jaguar. As aventuras no simples e no complexo*. Rocco, Rio de Janeiro, 1996.
- GLEICK, J. *Chaos – making a new science*. Penguin Books, New York, 1988.
- HALLIDAY, D., RESNICK, R. & WALKER, J. *Fundamentals of Physics*. Fourth edition extended, John Wiley & Sons, Inc.: New York, 1993.
- KURTZ DOS SANTOS, A. C. STELLA no Modelamento de Equações Diferenciais. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, vol.6, No.:3, 211 – 223, 1989.
- KURTZ DOS SANTOS, A. C. et al. O Projeto "Desenvolvimento e Uso de Ferramentas Computacionais para o Aprendizado Exploratório de Ciências". *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, v. 10, n. 2, 1993.
- KURTZ DOS SANTOS, A. C. *Introdução à Modelagem Computacional na Educação*. Editora da FURG, Rio Grande, 1995.

- KURTZ DOS SANTOS, A. C. . et. al. *Modelagem Computacional Utilizando STELLA – considerações teóricas e aplicações em gerenciamento, física e ecologia de sistemas*. Editora da FURG, Rio Grande, 2002.
- MEADOWS, D. H. et. al. *Limites do crescimento*. São Paulo: Perspectiva, 1978.
- MEADOWS, D. L. et al. *Dynamics of Growth in a Finit World*. Wright-Allen Press, Inc., Cambridge, Massachusetts, 1974.
- ODUM, H.T. *Environmental systems and public policy*. Gainesville: University of Florida, System, Inc., 1987.
- RICHMOND, B. et. al. *An Academic User's Guide to STELLA*. Lyme: High Performance
- VIANNA, J. C. T. *A percepção do tempo e clima no ensino de agronomia para a agricultura sustentável, através de técnicas de modelagem*. Projeto de Tese não publicado do Programa de Pós-Graduação em Agronomia da Universidade Federal de Pelotas, Faculdade de Agronomia Eliseu Maciel, 2001.
- WALLIS, J., CHICHAKLY, K., PETERS S., & RICHMOND B. *STELLA® Research software*. High Performance Systems, Inc., Hanover, 1985, 1987, 1988, 1990-98, 2000, 2001.
- WALLIS, J., CHICHAKLY, K., PETERS S., & RICHMOND B. *STELLA® Technical Documentation*. High Performance Systems, Inc., Hanover, 1997, 2000, 2001.