Revista Didática Sistêmica
ISSN 1809-3108

DISTORÇÕES METODOLÓGICAS E HISTÓRICAS NO ENSINO DO SISTEMA NUMÉRICO HINDUARÁBICO

José Roberto Boettger Giardinetto[1]

Resumo

Utilizando-se como referencial teórico a relação dialética entre o lógico e o histórico, no âmbito da teoria marxista de conhecimento, este trabalho aponta distorções metodológicas associadas a distorções históricas, de situações de ensino, na compreensão da gênese do sistema hinduarábico e dos algoritmos das quatro operações aritméticas: a utilização de ábacos com hastes ou miçangas coloridas; a utilização de mais de um ábaco na execução das operações aritméticas e, finalmente, a utilização de algoritmos operatórias expressando cálculos de povos que não utilizavam de tais algoritmos.

Palavras-chaves: Educação Matemática. História da Matemática. Lógico e Histórico. Ábaco

METHODOLOGICAL AND HISTORICAL DISTORTIONS IN THE TEACHING OF THE HINDUARABIC NUMERIC SYSTEM

Abstract

Using as a theoretical reference the dialectical relationship between the logical and the historical, within the framework of Marxist theory of knowledge, this work points to methodological distortions associated with historical distortions, of teaching situations, understanding the genesis of the Hinduarabic system and the algorithms of four arithmetic operations: the use of abacuses with stems or colored beads; the use of more than one abacus in the execution of arithmetic operations and finally, the use of operative algorithms expressing calculations of people who did not use such algorithms.

[1] Universidade Estadual Paulista – Departamento de Educação – Bauru – SP- jrbgiarj@gmail.com

Keywords: Mathematical Education. History of Mathematics. Logical and Historical. Abacus.

DISTORCIONES METODOLÓGICAS E HISTÓRICAS EN LA ENSEÑA DEL SISTEMA NUMÉRICO HINDUARÁBICO

Resumen

En el ámbito de la teoría marxista de conocimiento, utilizando la referencia dialéctica entre lo lógico y lo histórico, este trabajo apunta distorsiones metodológicas asociadas a distorsiones históricas, de situaciones de enseñanza, en la comprensión de la génesis del sistema hinduarábico y de los algoritmos cuatro operaciones aritméticas: el uso de ábacos con vástagos o las abedades de colores; la utilización de más de un ábaco en la ejecución de las operaciones aritméticas y, finalmente, la utilización de algoritmos operativos expresando cálculos de pueblos que no utilizaban de dichos algoritmos.
Palabras claves: Educación Matemática. Historia de las matemáticas. Lógico e Histórico. Ábaco

INTRODUÇÃO

Muitas vezes, recursos metodológicos empregados no intuito de facilitar a aprendizagem têm induzido concepções equivocadas da história do conceito envolvido. O objetivo desta artigo é alertar para este problema, muitas vezes não percebido ou considerado um problema "menor".

Esta comunicação pretende inicialmente apontar algumas questões teóricas acerca da relação entre o lógico e o histórico (item 1) na medida em que subsidiam a reflexão na análise e superação de duas situações envolvendo o uso do ábaco que, segundo este trabalho, refletem um desconhecimento, na história, da importância do ábaco no processo de ensino e aprendizagem da gênese do sistema numérico hinduarábico e das quatro operações aritméticas (item 2).

Iniciando os subitens:

1. A relação entre o lógico e o histórico na reflexão da lógica do uso do ábaco

A relação dialética entre o desenvolvimento lógico e o desenvolvimento histórico de um conceito é oriunda dos estudos de Marx sobre economia política (MARX, 1983, p 218-226). Segundo esse autor, a investigação histórica é orientada para a análise da forma mais desenvolvida do conhecimento. Denomina-se "lógica do produto", o estágio mais desenvolvido da elaboração de um determinado conhecimento. Esse estágio revela a história de seu processo de elaboração. Em outras palavras, o lógico orienta o histórico.

Entretanto, cumpre observar que a investigação histórica não significa repetir todo o percurso histórico, mas sim, reproduzir a essência lógica das relações do conhecimento na sua forma atual, os traços essenciais que sintetizam, de forma lógica, o desenvolvimento histórico de um determinado conteúdo ou tópico matemático.

Esta lógica do produto orienta a captação dos aspectos essenciais ao longo de sua historicidade, bem como orienta a elaboração teórica de uma sequência lógica no desenvolvimento histórico, de forma que, nessa sequência, haja uma melhor compreensão de sua lógica. Trata-se da "sequência lógico-histórica" de ensino-aprendizagem que, segundo Duarte (1987, p.30), exige:

a) Analisar a estrutura lógica do conteúdo a ser ensinado. Essa análise fornecerá os pontos de desenvolvimento desse conteúdo, os antecedentes históricos (e não meramente cronológicos).

b) Com base na análise do item anterior, selecionar, da bibliografia disponível, os antecedentes históricos, isto é, as etapas essenciais da evolução daquele conteúdo.

c) Elaborar uma sequência lógico-histórica da evolução daquele conteúdo e tendo o conteúdo na sua etapa mais desenvolvida como ponto de referência, verificar se a seqüência elaborada realmente é uma sequência lógico-histórica, isto é, se aquela é a sequência mais lógica da gênese daquele conteúdo.

O ensino do sistema numérico hinduarábico tem apontado uma diversidade na forma de utilização do ábaco como instrumento metodológico. Verifica-se, muitas vezes, um mau uso do ábaco, não apenas para a apropriação do sistema hinduarábico, mas também, para a compreensão do processo de incorporação por superação do ábaco na apropriação da lógica dos algoritmos das quatro operações, aspecto imprescindível nesse momento do processo de ensino-aprendizagem.

Tendo como referência a relação dialética entre o desenvolvimento lógico e o desenvolvimento histórico da gênese do sistema hinduarábico, esta aponta a relevância do ábaco como contribuição ao ensino desde conceito. O emprego do ábaco não deve ser de forma aleatória mas, coerente à lógica de seu emprego no decorrer da sua história. Trata-se de perceber que o ábaco carrega em sua estrutura e uso os traços essenciais da gênese do sistema numérico hinduarábico e das quatro operações aritméticas, a saber, a correspondência "um para dez"; a lógica posicional; o zero (representação da coluna vazia); base decimal; a lógica que antecede a origem e que explica as etapas de operacionalização dos algoritmos das quatro operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) (Giardinetto, 2012, p.37-52).

Inicialmente, de instrumento de registro, o ábaco se tornou instrumento de cálculo. A lógica dos algoritmos das quatro operações é consequência da lógica de operacionalização desses cálculos aritméticos no ábaco. O ábaco antecede o algoritmo: "somente quando a forma escrita adotou a mesma lógica da forma mecânica (o ábaco) é que se tornou possível o desenvolvimento da etapa seguinte, o cálculo escrito" (Duarte,1987, p73).

Portanto, a utilização do ábaco como instrumento metodológico para a apropriação da lógica do sistema hinduarábico e das quatro operações aritméticas deveria se pautar na representação de sua lógica e sua história resultante da reflexão da relação entre o lógico e o histórico.

Entretanto, como dito acima, muitas vezes o que se vê, é um mau uso da lógica intrínseca da utilização do ábaco, percebida na investigação de sua história, não apenas para a apropriação do sistema hinduarábico, mas também, da compreensão do processo de incorporação por superação do ábaco na apropriação da lógica dos algoritmos das quatro operações. Trata-se do assunto dos próximos itens deste trabalho.

2. O uso do Ábaco no ensino: distorções metodológicas, distorções históricas

Um equívoco muito frequente do uso do ábaco, e já objeto de crítica em Duarte(1988) é sua representação via hastes e/ou miçangas coloridas. Por exemplo, é o que ocorre em Portela (2010) e Rodrigues(2013).

Em Portela (2010) os ábacos são compostos de "varetas verticais" sendo que para cada coluna utiliza-se miçangas (ou argolas) coloridas, conforme se observa na figura nº 1

Em Rodrigues(2013) os ábacos são iguais aos utilizados por Portela(2010). A diferença é que em Rodrigues(2013) cada vareta tem descrições correspondentes a "D", "U", "d", "c" e "dm" (dm, porque este autor utilizou o ábaco para operar números decimais) (figura nº 2)

Ábaco

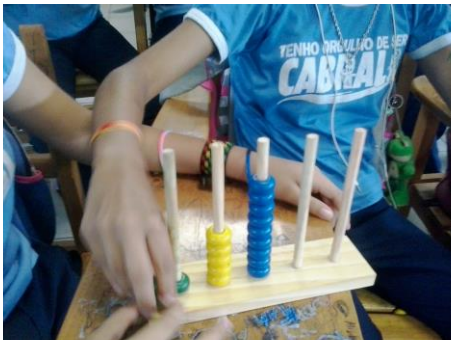


Figura n.º1, extraída de Portela (2010, p.05)

Ábaco

Figura n.º2, extraída de Rodrigues (2013, p.120)

Trata-se de um equívoco histórico. Na História da Matemática (o "histórico" explicando o "lógico"), não há presença de ábacos coloridos utilizados por determinadas culturas. E mais, a lógica do ábaco revela o caráter posicional dos algarismos. Seu emprego como recurso metodológico deve se pautar em evidenciar esse aspecto. Duarte (1988, p. 01) afirma:

> Muita gente pergunta porque eu utilizo miçangas de mesma cor e do mesmo tamanho para todas as casas decimais do ábaco. Por que eu não utilizo, por exemplo, miçangas brancas para as unidades, azuis para as dezenas e vermelhas para as centenas (...) Essa diferenciação das casas decimais através da cor é utilizada entre os educadores, é recomendada por vários livros didáticos e por vários autores que escrevem sobre o ensino da Matemática. Outros, diferenciam as casas decimais através do tamanho das miçangas, fazendo as das dezenas de um tamanho diferente das miçangas das unidades e assim por diante.

> O quadro-valor-de-lugar e o cartaz de pregas são variações do ábaco, isto é, são uma forma de ábaco utilizada pelos educadores para concretizar a lógica do sistema de numeração e de cálculo. (...) Mas uma primeira informação que leva a se colocar em dúvida essa proposta é a de que na história da humanidade nenhum tipo de ábaco, criado enquanto instrumento de registro e de cálculo, utilizou qualquer tipo de distinção entre as miçangas de uma coluna e as de outra. E o motivo disso é muito simples: o ábaco se baseia na valorização das miçangas segundo a posição. É por isso que se diz que ele utiliza o valor posicional.

De registro de contagem, o ábaco transformou-se num instrumento de cálculo na medida em que

> O homem percebeu que não precisaria ficar contando o novo conjunto formado pela união de dois outros. Ele poderia simplesmente "juntar" os dois registros, no ábaco, das quantidades de elementos de cada conjunto. E assim foi desenvolvendo pouco a pouco as outras operações. (DUARTE,1987, p.59)

Importante observar o uso de apenas um ábaco para se realizar a operação da adição, assim como as demais operações aritméticas. **<u>Um único ábaco.</u>**

Esse fato é esquecido e constitui uma segunda distorção metodológica decorrente da não compreensão da essência lógico-histórica do ábaco: a equivocada ideia de associar, numa determinada operação, vários ábacos em correspondência ao número em operação.

Assim, uma operação de adição de duas parcelas é equivocadamente representada utilizando de dois ábacos (as vezes, até um terceiro como resultado), como se percebe na figura n.º 3 Silva (2011, p.105) (figura nº 3)

.

Representação de 4223 + 3216 utilizando-se de dois ábacos

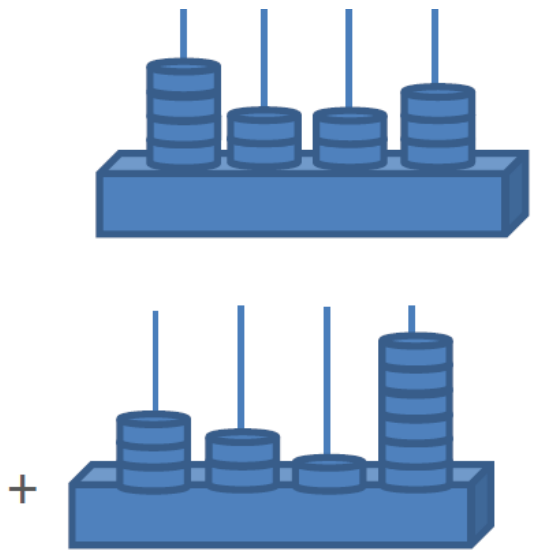


Figura n.º3, extraída de Silva (2011, p.105)

Verifica-se que, em nome de uma estratégia metodológica utilizada para "facilitar" a apropriação de determinado conceito, acaba-se retratando um aspecto que não ocorreu na história e, mais, se seguisse o desenvolvimento lógico tal como realmente se deu em seu desenvolvimento histórico, a apropriação do conceito estaria garantida. Isto porque a lógica de funcionamento do ábaco é uma etapa essencial (que antecede) para a compreensão da lógica do cálculo escrito. A lógica de cálculo no ábaco é a mesma do cálculo escrito (DUARTE, 1989, p. 49- 67).

Hogben(1946, p. 53), é conhecedor deste fato. Utiliza um único ábaco para efetuar as operações (figura n.º4).

Adição de 189 com 862 utilizando-se de um único ábaco

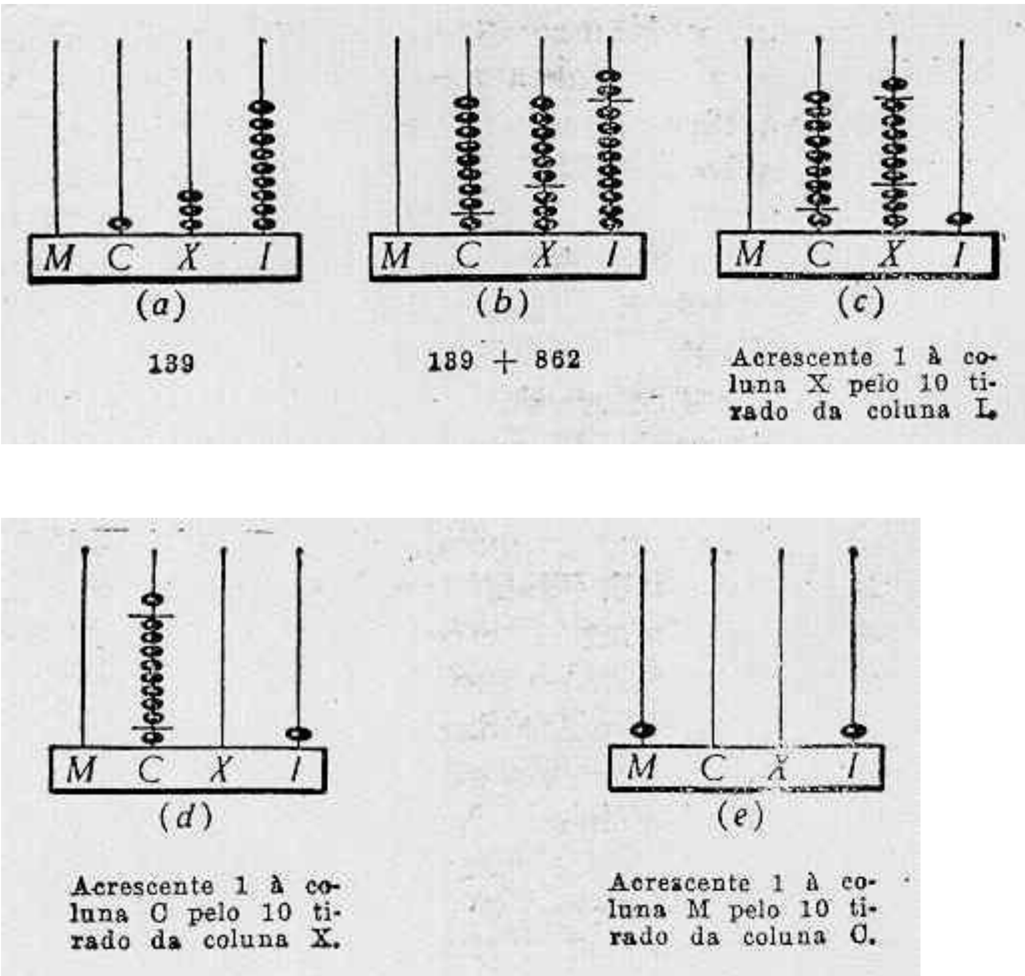


Figura nº 4, extraída de Hogben(1946, p. 53)

Uma distorção decorrente desta equivocada interpretação de que para se efetuar um determinado cálculo exigem-se vários ábacos, é justificar aos alunos, o surgimento dos algoritmos como superação do “problema” de ter vários ábacos para efetuar determinada operação. Seguindo este raciocínio, uma determinada divisão por cinco exigiriam 5 ábacos; uma divisão por 123 exigiriam 123 ábacos. Argumentam-se que tais situações teriam sido superadas pelo advento do algoritmo da divisão, pois, “dispensaria” o incômodo de utilizar vários ábacos em divisões.

Entendemos, muito pelo contrário, que esse momento de superação em que se justificaria o surgimento do algoritmo, não decorre do suposto uso de tantos ábacos quanto são os divisores de uma determinada operação de divisão. Historicamente, um ábaco era utilizado para realizar todas as operações aritméticas. Bastava utilizar um único ábaco. O “histórico” esclarece o “lógico”. É como supor indivíduos se servindo de vários sorobans (ábaco japonês ainda muito utilizado, inclusive, nas escolas japonesas) para realizar divisões (ou adições, ou subtrações ou multiplicações). Portanto, não importa se o divisor é de uma quantidade maior que a unidade. Um ábaco bastava para dividir uma determinada quantidade por 5, 120, 2345, etc. Na divisão por 5, não se utilizam 5 ábacos; para 120, não se utilizam 120 ábacos. E assim sucessivamente.

Se um único ábaco realiza todas as operações, como isso seria para a divisão? Como demonstrar aos alunos o uso de um único ábaco para divisão?

Consideremos um exemplo 589 dividido por 40 (figura n.º 5).

Ábaco representando 589 dividido por 40

$$589 \,\underline{|\,40\quad}$$

Figura n.º5, elaborada pelo autor deste trabalho

Explicando:

5 não é divisível por 40.

Figura n.º6, elaborada pelo autor deste trabalho

É necessário transferir 5 miçangas para coluna das dezenas (figura n.º 7).

50 dezenas mais as 8 dezenas anteriores

Figura n.º7, elaborada pelo autor deste trabalho

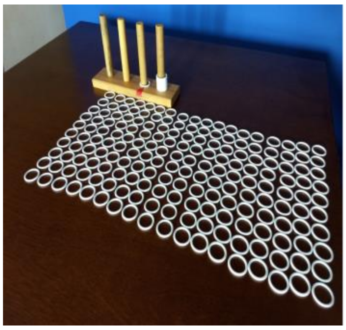
Na coluna das dezenas ficam 58 miçangas para dividir por 40

O que resultou a sobra de 18 dezenas (figura n.º 8).

589 | 40
18   1

Figura n.º8, elaborada pelo autor deste trabalho

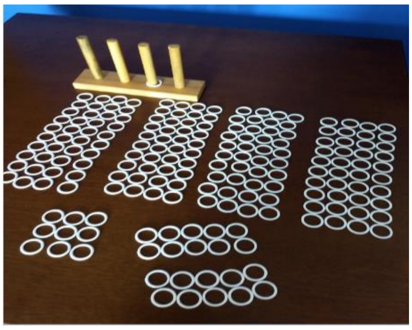
Não é possível dar prosseguimento à divisão, pois, 18 dezenas não são possíveis de dividir por 40. É necessário transferir 18 dezenas para a coluna das unidades faz ter agora na coluna das unidades, 189 miçangas (figura n.º 9)



589 | 40
189

Figura n.º9, elaborada pelo autor deste trabalho

189 miçangas dividido por 4 resulta 4 e resto 29 (figura n.º 10)



589 | 40
189   14
29

Figuras nº 10, elaborada pelo autor deste trabalho

Mas há resto. 58 dezenas dividido por 40 dezenas resulta 1 dezena e 18 dezenas sobrando

Finalizando (figura n.º11):

589 dividido por 40 resultam 14 e resto 29

Figura nº 11, elaborada pelo autor deste trabalho

Esse exemplo dá ideia do incômodo de operacionalização do ábaco com tantas miçangas. Incômodo contornado na História com o surgimento dos ábacos de mesa que se utilizavam de fichas, em vez de miçangas em colunas fechadas. As fichas poderiam ser "espalhadas" pela mesa (figura nº 12).

Ábaco de mesa

Figura n.º 12, retirada de Ifrah (1989, p. 305)

Outro exemplo: 8987 dividido por 52.

Só na coluna das dezenas de milhar transfere-se 80 miçangas para a coluna das centenas.

89 miçangas representando 89 centenas dividido por 52 resulta 1 e sobra de 37 centenas.

Transferindo 37 miçangas para a coluna das dezenas tem-se na coluna das dezenas 378 miçanças representando 378 dezenas!

378 dividido por 52 resulta 7 e sobram 14 miçangas que representam 14 dezenas de miçangas.

Transferindo 14 miçangas para a coluna das unidades tem-se na coluna das unidades 147 miçangas !!!!

147 dividido por 52 resulta 2 e sobras de 43 miçangas.

O resultado final é 172 com 43 de resto.

Os exemplos evidenciam como a execução do algoritmo da divisão é registro fiel dos procedimentos realizados no ábaco, passo por passo. O mesmo, nas demais operações aritméticas. A lógica intrínseca à operacionalização dos algoritmos segue a lógica de operacionalização do ábaco. E o ensino deveria retratar isso em sequências lógico-históricas coerentes à História da Matemática processada.

Por fim, analisemos mais uma distorção.

Na figura abaixo, Imenes (1989, p. 41 - 42) preocupado em demonstrar o excesso de símbolos numéricos romanos e egípcios na execução de adições em contraste com a praticidade do uso dos algarismos hinduarábicos, ilustra assim os cálculos:

- Para uma adição em simbologia romana

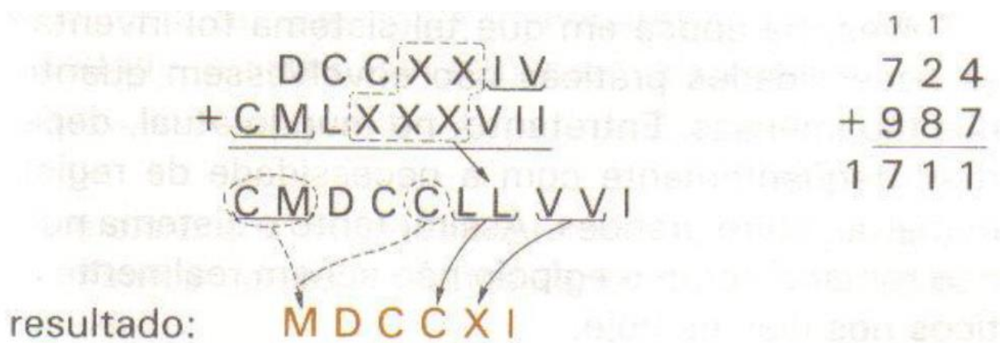


Figura n.º 13, retirada de Imenes (1989, p.42)

E para uma adição utilizando a simbologia egípcia:

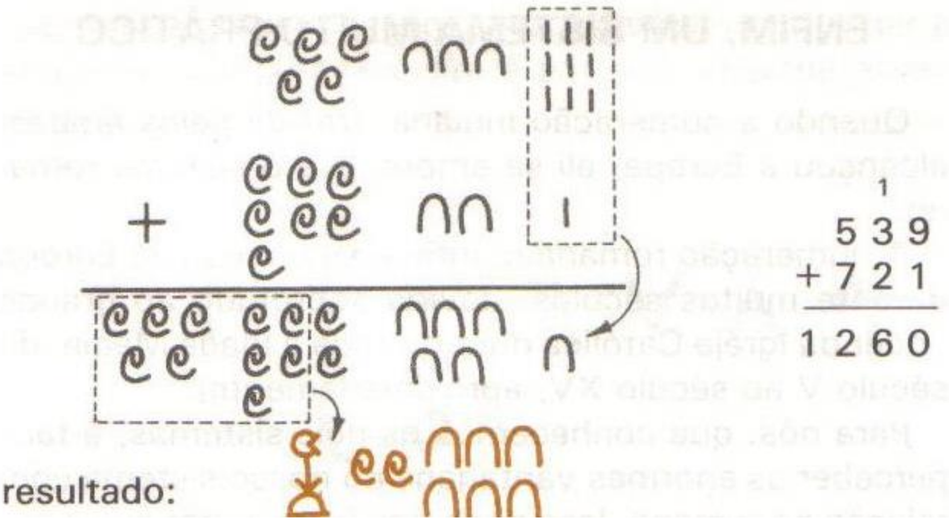


Figura n.º 14, retirada de Ifrah (1989, p.305)

Aqui a distorção histórica está no fato de que tantos os egípcios, como os romanos, não utilizavam esse específico algoritmo. Egípcios e romanos não utilizavam o algoritmo da adição tal como hoje, com parcelas (e muito menos os demais algoritmos das demais operações aritméticas). As contas eram efetuadas no ábaco. E registrada por escrito. Almeida (1997, p.101) afirma:

> Na Antiguidade os números escritos desempenhavam um papel limitado na prática social. Tinham valor como *dados* de registro, mas não como elementos do processo operatório, elementos de cálculo, porque calculava-se sobre o ábaco. O cálculo, ou a operacionalidade dos números, não se escrevia.

Embora a intenção de Imenes (1989) seja retratar a vantagem do pouco uso de simbologia numérica dos algarismos hinduarábicos seja louvável, entretanto, acaba divulgando um erro do ponto de vista do desenvolvimento histórico. Como observa Morey&Silva (2017, p.51):

> "armar a conta" para efetuar as operações como normalmente fazemos é traço cultural nosso. Deste modo, quando à disposição das parcelas como na figura abaixo para efetuar a adição com números egípcios, estamos introduzindo um elemento cultural que é nosso e não dos egípcios. (Em nossa opinião, tal estratagema pode, sim, ser usado desde que tenhamos claro que estamos somando números egípcios, mas não "agindo como egípcios".

E apresenta um exemplo similar o exemplo em Imenes (1989), com a utilização do algoritmo da adição:

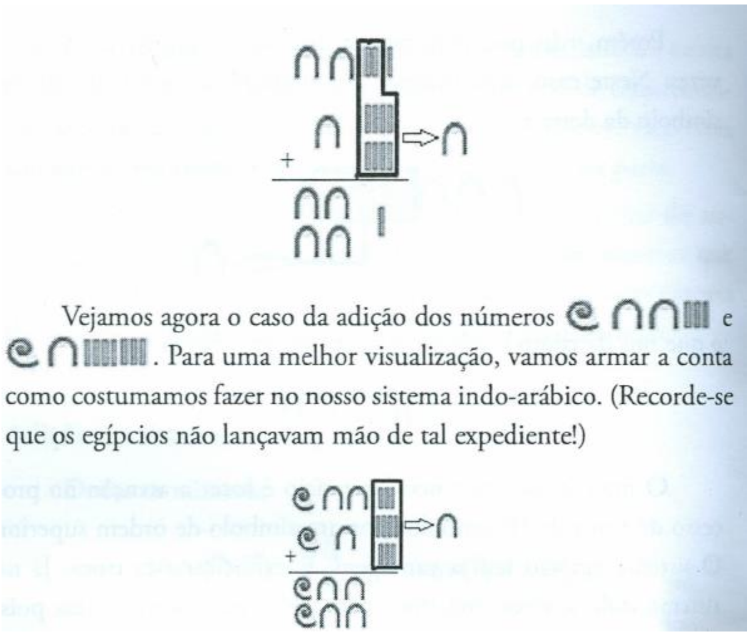


Figura n.º 15, retirada de Morey & Silva (2017, p.51)

Entretanto, é importante esclarecer que os egípcios se utilizavam da escrita para realização de cálculos mas não que utilizassem de algoritmo. Eles registravam as etapas de cálculos.

Segundo Ifrah(1989, p.167) para a adição e subtração

> para a primeira, por exemplo, basta justapor ou superpor as representações dos números a somar, em seguida reunir (mentalmente) os números idênticos, substituindo a cada vez dez signos de uma categoria pelo algarismo da classe decimal imediatamente superior.

E Ifrah(1989, p.167) apresenta o procedimento para o exemplo: 1729 + 1696. E para ilustrar o referido procedimento, procede da mesma forma equivocada, apresentada por Imenes(1989), isto é, na formatação de um algoritmo da adição com suas parcelas.

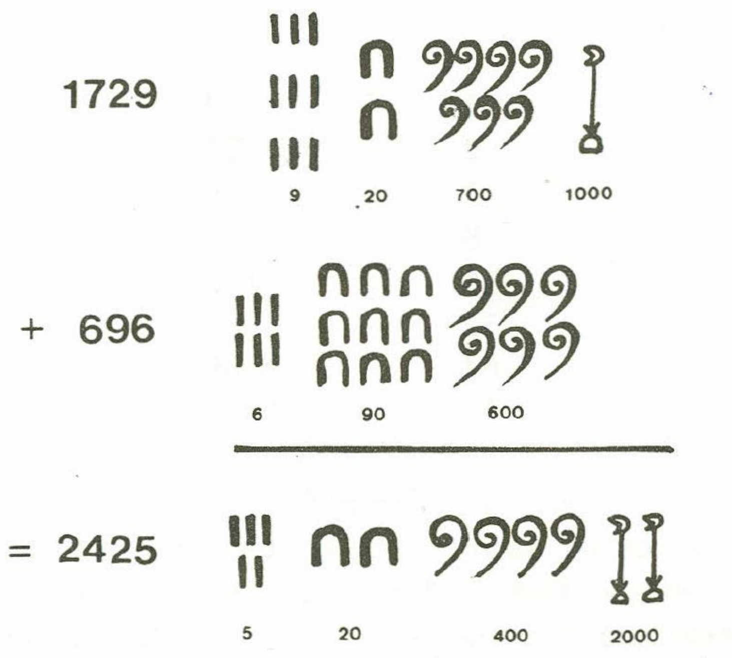


Figura n.º 16, retirada de Ifrah(1989p.167)

Mas na explicação de uma particular multiplicação por 10, Ifrah(1989) destaca que os egípcios sabiam obter imediatamente o resultado de uma multiplicação por 10 pois percebiam que "basta substituir, na escrita do número considerado, cada símbolo pelo número de seu décuplo no primeiro caso e pelo de seu décimo no segundo". Tal como hoje, é possível dispensar o algoritmo da multiplicação.

No exemplo que apresenta (1464 por 10) hoje podemos dispensar o algoritmo e escrever imediatamente o resultado: 14640.

Segundo Ifrah (1989, p.167) os egípcios também sabiam. Tanto que:

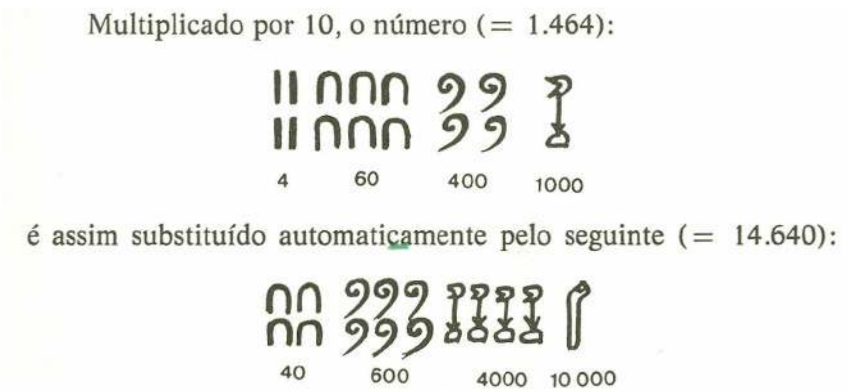


Figura n.º 17, retirada de Ifrah (1989, p.167)

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi apontar alguns equívocos fruto de distorções metodológicas associadas a distorções históricas. Para isso, procurou explicitar a relação dialética entre o lógico e o histórico como fundamento imprescindível para elaboração e sistematização de um ensino estruturado em sequências lógico-históricas de ensino.

REFERÊNCIAS

DUARTE, N. **A relação entre o lógico e o histórico no ensino da matemática elementar**. Dissertação (Mestrado). UFSCar. Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 1987.

DUARTE, N. **Equívocos no uso do ábaco e do quadro-valor-de-lugar**. In: Jornal do Professor de 1º Grau, 1988.

DUARTE, N. **O Ensino de Matemática na Educação de Adultos**. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1989.

GIARDINETTO, J. R. B. O ensino da Matemática na perspectiva da pedagogia histórico-crítica: sequências lógico-históricas de ensino. In ZANATA, E. M; CALDEIRA, A. M de A.; LEPRE, R. M (orgs). **Cadernos de docência na educação básica I**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012.

HOGBEN, L. **Maravilhas da matemática**: influência e função da matemática nos conhecimentos humanos. Rio de Janeiro: Globo, 1956.

IFRAH, G. **Os números**: a história de uma grande invenção. Rio de Janeiro: Globo, 1989.

MARX, K. O método da economia política. In: MARX, K. **Contribuição à crítica da economia política.** São Paulo: Martins Fontes Editora, p. 218-226, 1983.

PORTELA. L. N. R. O ábaco como ferramenta de ensino em um clube de Matemática na escola. In: **XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016, Relato de Experiência, Anais.

SILVA, J. B. R. da. **Formação continuada de professores que ensinam matemática**: o papel do ábaco na ressignificação na prática pedagógica. Dissertação (Mestrado), RN: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2011.

RODRIGUES, A. E. A. **Sistemas de numeração**: evolução histórica, fundamentos e sugestões para o ensino. Dissertação (Mestrado Profissional), Universidade Federal do Oeste do Pará, Instituto de Ciências da Educação, Programa de Pós-Graduação Matemática em Rede Nacional, Santarém, PA, 2013.

STRUIK, D. J. Sobre a sociologia da matemática. In: **Sociologia da matemática**. Lisboa: Associação dos Professores de Matemática, nº 3, 1998.